

Angel Ruiz. Dpto. Geodesia

STyB

Sección
TRIANGULACIÓN
Y
Bases.

EJERCITO



ARGENTINO

INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR



PUBLICACION TECNICA Nº. 35

GEODIMETRO
MEDICION DE BASES GEODESICAS

BUENOS AIRES

1 9 6 5

**EL GEODIMETRO COMO SUSTITUTO DEL SISTEMA
CLASICO CON PATRONES FLEXIBLES PARA LA
MEDICION DE BASES GEODESICAS. -**

EJERCITO



ARGENTINO

INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR



PUBLICACION TECNICA Nº. 35

GEODIMETRO MEDICION DE BASES GEODESICAS

BUENOS AIRES

1 9 6 5

Es propiedad del Instituto Geografico Militar
Ley 11723.

PROLOGO

El Instituto Geográfico Militar, en su constante afán por mejorar la calidad de su trabajo y aumentar su rendimiento, adquirió el geodímetro NASM-2A para efectuar mediciones de bases geodésicas.

Se efectuaron ensayos y mediciones con el objeto de obtener experiencia en su manejo y constatar las precisiones esperadas.

Los resultados han confirmado los rendimientos y precisiones logradas en otros países, lo que permite afirmar por propia experiencia, que el geodímetros NASM-2A es un instrumento de alta precisión y apto para la medición de bases geodésicas, de acuerdo con lo recomendado por el A. I. G.

El Tcnl. MARTINEZ VIVOT, Jefe de la División Geodesia, y de la División Cálculos, con la colaboración del Ing. ESTEBAN HORVAT, han realizado el presente trabajo con el objeto de exponer todos los elementos de juicio, experiencias y conclusiones obtenidas hasta el presente.

GONZALO GOMEZ
GENERAL DE BRIGADA
DIRECTOR DEL INSTITUTO GEOGRAFICO
MILITAR

P R E F A C I O

El hombre, en su continua búsqueda, prosigue sus investigaciones en todas las disciplinas del quehacer humano, para perfeccionar las técnicas y los sistemas de trabajo y obtener resultados más satisfactorios y precisos que le permitan resolver los problemas con ahorro de tiempo y dinero, en relación a los métodos anteriores.

Es sabido también que dentro de este enorme tecnicismo que caracteriza a nuestra era, muchas son las disciplinas que, con objetivos distintos, se sirven mutuamente, complementándose unas a otras para brindar en definitiva un mejor resultado.

En nuestro caso, la técnica ha puesto a disposición del geodesta un moderno instrumental electro-óptico para medir distancias; el geodímetro NASM-2A, que permite reducir los tiempos de trabajo en forma considerable, como así también los costos correspondientes para la difícil tarea de medición de bases geodésicas.

Con la incorporación de este moderno método de medición de distancias, el I. G. M. ha podido reemplazar la medición de bases geodésicas con alambres de invar y su correspondiente red de ampliación.

De esta manera se ha reducido el tiempo de permanencia en campaña y su correspondiente cálculo en 5 veces, y su costo en 7 veces aproximadamente, habiéndose aumentado la precisión final para la compensación, pues el haber disminuído el costo en forma tan considerable, ha permitido programar a partir del año 1964, la medición de un lado base en la mitad de cada trozo de cadena, vale decir, podrá medirse una base geodésica cada 100 km., en vez de hacerlo solamente cada 200 km., en cada cruce de cadena.

De esta manera introducimos cuatro bases más por unidad geodésica, lo que permite aumentar la precisión, y en lo que respecta al error longitudinal, se disminuye el mismo a la mitad.

La remediación de 25 lados trigonométricos, de nuestra red de triangulación fundamental, ha permitido confirmar estas precisiones, como así también la gran economía que representa la incorporación de este nuevo método.

C A P I T U L O I

CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE LA NECESIDAD DE LA MEDICION DE BASES GEODESICAS EN LAS CADENAS FUNDAMENTALES.

Resultaría una redundancia pretender aclarar cuál es la función de las bases geodésicas, tan conocida por todos los profesionales que se ocupan de esta disciplina.

Sólo se pretende hacer un comentario, para destacar, como un nuevo método de trabajo, ha permitido introducir una nueva ecuación de condición, en el lugar más crítico de las cadenas fundamentales, permitiendo de esta manera interrumpir la propagación natural de errores y cuadruplicar la precisión en el sentido longitudinal de un trozo de cadena.

Debe destacarse, que esta solución no es una novedad, sino que ha sido una preocupación que se venía arrastrando desde hace ya muchos años no habiendo podido concretarse, por el elevado costo y el gran tiempo que exigía la medición y cálculo de una nueva base, problema que se ha eliminado con la incorporación del geodímetro.

Exposición sintética del procedimiento clásico

Se mide en forma directa la base $E_1 E_2$ con el aparato de Jäderén y las direcciones en el cuadrilátero de ampliación E_1, B_1, E_2, B_2 (Ver Fig. 1).

Se realiza la compensación de este cuadrilátero y se deduce la longitud de la base ampliada $B_1 B_2$ con su error medio.

El error medio total (deducido del error medio de la base medida y del procedimiento de la ampliación), de la base ampliada en la triangulación fundamental argentina en su promedio es:

$$m_b = \pm 0,03 \text{ m}$$

Este valor de $\pm 0,03m$ puede considerarse completamente satisfactorio.

Se determina una base ampliada en cada una de las intersecciones de las cadenas fundamentales. Igualmente se determina en éstas un punto Laplace.

De tal modo se posibilita para cada trozo de las cadenas fundamentales las dos siguientes condiciones forzadas:

- una condición de Laplace
- una " de base fija.

No considerando la primera, tenemos que aclarar la función de la segunda. Ella tiene estas tres funciones:

1. Teniendo en cada cruce de las cadenas fundamentales una base medida, se mejoran las relaciones lineales en la totalidad de la red fundamental.

2. Comparando las bases medidas con los valores obtenidos por la triangulación (acuerdo de bases) se tienen seguras comprobaciones de la precisión en la medición angular e igualmente elementos para mejorar la compensación. Esta última ventaja en particular conviene en las cadenas de triángulos, donde escasean las condiciones no angulares.

3. Empezando cada trozo de la cadena con una nueva base medida, se interrumpe la propagación de errores angulares en los lados (se localizan los errores dentro de 2 bases medidas). Esta propagación es, por su naturaleza, perjudicial.

Esta última función de las bases medidas y de las condiciones forzadas respectivas tiene una importancia inapreciable.

Por esta razón conviene hacer un análisis más detallado de la propagación de los errores angulares en los lados calculados (Fig 2).

El primer lado (s_1) se calcula

$$s_1 = a \frac{\text{sen} \beta_1}{\text{sen} \alpha_1} \cdot \frac{\text{sen} \gamma_2}{\text{sen} \alpha_2}$$

$$s_2 = a \frac{\text{sen} \beta_1 \text{sen} \beta_2 \text{sen} \beta_3}{\text{sen} \alpha_1 \text{sen} \alpha_2 \text{sen} \alpha_3} \cdot \frac{\text{sen} \gamma_4}{\text{sen} \alpha_4}$$

$$s_3 = a \frac{\text{sen} \beta_1 \text{sen} \beta_2 \text{sen} \beta_3 \text{sen} \beta_4 \text{sen} \beta_5}{\text{sen} \alpha_1 \text{sen} \alpha_2 \text{sen} \alpha_3 \text{sen} \alpha_4 \text{sen} \alpha_5} \cdot \frac{\text{sen} \gamma_6}{\text{sen} \alpha_6}$$

o en la forma general

$$s_i = a \prod_{j=1}^{2i-1} \left(\frac{\text{sen} \beta_j}{\text{sen} \alpha_j} \right) \cdot \frac{\text{sen} \gamma_{2i}}{\text{sen} \alpha_{2i}}$$

donde i se relaciona con el número del lado y $\prod_{j=1}^{2i-1} \left(\frac{\text{sen} \beta_j}{\text{sen} \alpha_j} \right)$ es el producto de $\frac{\text{sen} \beta_j}{\text{sen} \alpha_j}$ correspondiente a $(2i-1)$ triángulos.

Como se observa en una cadena de cuadriláteros (o triángulos) en los lados calculados (obtenidos mediante la triangulación) intervienen siempre más triángulos, si el lado considerado está más alejado del lado medido (lado ampliado).

Por consiguiente, en éstos, siempre intervienen más errores de medición angular, si es mayor el número de triángulos entre la base a y el lado respectivo, que se desee considerar.

De esto se deduce que en las cadenas fundamentales existe una propagación de errores en los lados, de carácter muy perjudicial.

Con la repetición de las bases medidas y la compensación correspondiente, esta propagación se interrumpe y en cada nuevo trozo se empieza con una base que no depende de las mediciones angulares anteriores. Este hecho en verdad no elimina las consecuencias de la propaga-

ción mencionada, pero las disminuye considerablemente y, por consiguiente, aumenta la precisión de la triangulación fundamental; lo mismo puede decirse para un lado medido en la mitad de la cadena siendo en este caso, el efecto favorable de magnitud doble.

Para ilustrar estos hechos damos a continuación algunos valores numéricos.

Nuestra experiencia hasta ahora ha mostrado que el error medio de una dirección después de la compensación de las cadenas fundamentales es:

$$m_1 = \pm 0'',5$$

de lo que resulta el error medio de un ángulo

$$m_2 = \pm 0'',7$$

Consideremos el caso ideal de tener los cuadriláteros equiláteros y los ángulos que intervienen en el cálculo de lados, de 90° y 45° (caso más favorable).

En base a estos valores tenemos que el error medio de lados de 20 Km calculado es:

$\pm$	0,121 m	deducido	de	2 triángulos
	0,157 "	"	"	4 "
	0,185 "	"	"	6 "
	0,210 "	"	"	8 "
	0,232 "	"	"	10 "
	0,252 "	"	"	12 "
	0,271 "	"	"	14 "
	0,289 "	"	"	16 "
	0,305 "	"	"	18 "
	0,321 "	"	"	20 "
	0,336 "	"	"	22 "
	0,350 "	"	"	24 "

Estos valores corresponden a los ángulos no compensados.

Si a una cadena se aplica la compensación, incluyendo la condición de bases fijas, se tienen dos ventajas:

- 1 . estos errores disminuyen.
- 2 . el error máximo estará en el lado correspondiente a la mitad de un trozo de cadena.

Por ejemplo, para una cadena de 11 cuadriláteros tenemos la siguiente relación:

	s_1	$m = +$	0,086	m
	s_2		0,111	
	s_3		0,131	
	s_4		0,149	
	s_5		0,164	
Lado Medio	s_6		0,178	
	s_7		0,164	
	s_8		0,149	
	s_9		0,131	
	s_{10}		0,111	
	s_{11}		0,086	

Se observa la ventaja evidente de la compensación y en particular de las bases fijas.

Acuerdo de las bases y tolerancias internacionales

Nuestra triangulación fundamental tiene como discrepancia media entre las bases fijas

$$+ 0,35 \text{ m } (1)$$

Esta se relaciona con la longitud media de 25 km y el número medio de triángulos de 19.

$$\text{El error medio relativo es } \frac{1}{71.000}$$

De los errores medios del lado calculado (para una cadena de cuadriláteros) arriba mencionados, se puede deducir para el lado de 25 Km los siguientes errores de cierre medios:

para 12 triángulos	$m = \pm$	0,314	o'	1:79.500
" 14 "	" "	0,338		1:74.000
" 16 "	" "	0,361		1:69.500
" 18 "	" "	0,381		1:65.500
" 20 "	" "	0,400		1:62.500
" 22 "	" "	0,420		1:59.500
" 24 "	" "	0,437		1:57.300

Según las tolerancias internacionales de la U.G.
G.I. este error tendría que ser

1:100.000

Es imposible conseguir este valor en los
trozos de más de 8 triángulos.

Parece incompleto fijar las tolerancias relacionadas con el acuerdo de bases fijas sin indicar el número de triángulos del trozo, ya que el error medio del lado calculado depende, casi únicamente, de los elementos intervinientes. En nuestro caso el elemento esencial es el número de triángulos (para cada uno 2 ángulos) entre dos bases conocidas.

Por otra parte el error medio de una dirección $\pm 0",5$ es aceptable y no hay muchas posibilidades reales de superarlo.

De todo esto resulta que en la mencionada tolerancia tiene que preverse obligatoriamente el número de triángulos entre dos bases, si se quiere tener la tolerancia realmente basada en análisis correctos.

Consideraciones sobre el error medio longitudinal de un trozo de cadena.

El fin de la triangulación no es determinar las longitudes de los lados sino las posiciones de los puntos. Los lados sirven como elementos para determinar estas posiciones. Otro elemento lo constituyen los ángulos.

Si suponemos una cadena alineada, los errores en los lados serán los elementos determinantes del error longitudinal de la cadena y los ángulos, del error transversal (perpendicular al primero).

La influencia de los ángulos (o mejor expresado las direcciones), debe interpretarse de la misma manera que la influencia correspondiente a una poligonal. Ella, aunque las leyes respectivas de la propagación de errores la hacen acumulativa, no es tan perjudicial como la de los lados.

Por esto nos limitaremos a considerar el error longitudinal de un trozo de cadena.

Considerando que los ángulos de los dos primeros triángulos intervienen tantas veces como lados haya (o cuadriláteros), debemos tomar el número de éstos como el coeficiente con que se introduce cada elemento en la expresión del error medio longitudinal.

Para facilitar el desarrollo matemático suponemos una cadena de cuadriláteros de lados de 20 Km y ángulos de 90° (Fig. 3).

Suponemos además que la dirección principal de la cadena es de sentido N - S y, por consiguiente, el error medio longitudinal corresponde al error medio de la abscisa X del punto B, que se determina por las mediciones de la cadena desde el punto A.

De tal manera el error longitudinal será función de los errores de los lados e independiente de los acimutes, es decir,

$$M_x = \sqrt{ds_1^2 + ds_2^2 + \dots + ds_n^2}$$

donde $ds_1, ds_2, \dots$ son los errores medios de los lados, que se determinan en base al lado a mediante la medición de las direcciones (o ángulos) en la cadena.

El error medio de una dirección medida es, según compensación de las cadenas fundamentales

$$m_\alpha = \pm 0'',5$$

Como se observa, para obtener el error medio longitudinal, se necesita determinar los valores diferenciales ds_1 , ds_2 , etc.

Consideramos tres casos:

a: en la cadena se ha medido un solo lado a .

b: los lados medidos se encuentran en ambos extremos de la cadena.

c: se mide también el lado c en el medio de la cadena.

Valores diferenciales ds

Para obtener éstos se necesita expresar cada lado interviniente en función de las direcciones medidas, partiendo del lado medido a .

A continuación presentamos en primer lugar estas expresiones:

$$\begin{array}{ll}
 P_1 = a \frac{\text{sen}(2-1)}{\text{sen}(7-5)} & s_1 = P_1 \frac{\text{sen}(5-4)}{\text{sen}(13-12)} \\
 P_2 = P_1 \frac{\text{sen}(11-9)}{\text{sen}(13-12)} \frac{\text{sen}(4-3)}{\text{sen}(21-19)} & s_2 = P_2 \frac{\text{sen}(19-18)}{\text{sen}(28-27)} \\
 P_3 = P_2 \frac{\text{sen}(16-14)}{\text{sen}(28-27)} \frac{\text{sen}(18-17)}{\text{sen}(26-24)} & s_3 = P_3 \frac{\text{sen}(24-23)}{\text{sen}(33-32)} \\
 P_4 = P_3 \frac{\text{sen}(31-29)}{\text{sen}(33-32)} \frac{\text{sen}(23-22)}{\text{sen}(45-43)} & s_4 = P_4 \frac{\text{sen}(43-42)}{\text{sen}(52-51)} \\
 P_5 = P_4 \frac{\text{sen}(36-34)}{\text{sen}(52-51)} \frac{\text{sen}(42-41)}{\text{sen}(50-48)} & s_5 = P_5 \frac{\text{sen}(48-47)}{\text{sen}(57-56)} \\
 c = P_6 = P_5 \frac{\text{sen}(55-53)}{\text{sen}(57-56)} \frac{\text{sen}(47-46)}{\text{sen}(65-63)} & s_6 = P_6 \frac{\text{sen}(63-62)}{\text{sen}(72-71)} \\
 P_7 = P_6 \frac{\text{sen}(60-58)}{\text{sen}(72-71)} \frac{\text{sen}(62-61)}{\text{sen}(70-68)} & s_7 = P_7 \frac{\text{sen}(68-67)}{\text{sen}(77-76)}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 P_8 &= P_7 \frac{\text{sen}(75-73)}{\text{sen}(77-76)} \frac{\text{sen}(67-66)}{\text{sen}(85-83)} & s_8 &= P_8 \frac{\text{sen}(83-82)}{\text{sen}(92-91)} \\
 P_9 &= P_8 \frac{\text{sen}(80-78)}{\text{sen}(92-91)} \frac{\text{sen}(82-81)}{\text{sen}(90-88)} & s_9 &= P_9 \frac{\text{sen}(88-87)}{\text{sen}(97-96)} \\
 P_{10} &= P_9 \frac{\text{sen}(95-93)}{\text{sen}(97-96)} \frac{\text{sen}(87-86)}{\text{sen}(105-103)} & s_{10} &= P_{10} \frac{\text{sen}(103-102)}{\text{sen}(111-110)} \\
 P_{11} &= P_{10} \frac{\text{sen}(108-98)}{\text{sen}(111-110)} \frac{\text{sen}(102-101)}{\text{sen}(109-107)} & s_{11} &= P_{11} \frac{\text{sen}(107-106)}{\text{sen}(116-115)}
 \end{aligned}$$

$$b = P_{11} \frac{\text{sen}(114-112)}{\text{sen}(116-115)}$$

Para deducir los valores diferenciales de estos términos consideramos por ej. que:

$$P_1 = a \frac{\text{sen}(2-1)}{\text{sen}(7-5)}$$

y su diferencial total

$$\frac{dP_1}{P_1} = \frac{da}{a} + d(2-1) \text{ctg}(2-1) - d(7-5) \text{ctg}(7-5)$$

$$\begin{aligned}
 \text{Como } (7-5) &= 90^\circ & \text{ctg}(7-5) &= 0 \\
 (2-1) &= 45^\circ & \text{ctg}(2-1) &= 1
 \end{aligned}$$

será
$$\frac{dP_1}{P} = - (1) + (2)$$

donde (1), (2), etc. son las diferenciales de las direcciones o sus errores.

Consideramos, que $da = 0$ por tener la base a un valor fijo.

Aplicando estas reglas a los términos mencionados tenemos:

$$\frac{dP_1}{P_1} = -(1)+(2)$$

$$\frac{ds_1}{s_1} = \frac{dP_1}{P_1} - (4)+(5)+(12)-(13)$$

$$\frac{dP_2}{P_2} = \frac{dP_1}{P_1} - (3)+(4)+(12)-(13)$$

$$\frac{ds_2}{s_2} = \frac{dP_2}{P_2} - (18)+(19)+(27)-(28)$$

$$\frac{dP_3}{P_3} = \frac{dP_2}{P_2} - (17)+(18)+(27)-(28)$$

$$\frac{ds_3}{s_3} = \frac{dP_3}{P_3} - (23)+(24)+(32)-(33)$$

$$\frac{dP_4}{P_4} = \frac{dP_3}{P_3} - (22)+(23)+(32)-(33)$$

$$\frac{ds_4}{s_4} = \frac{dP_4}{P_4} - (42)+(43)+(51)-(52)$$

$$\frac{dP_5}{P_5} = \frac{dP_4}{P_4} - (41)+(42)+(51)-(52)$$

$$\frac{ds_5}{s_5} = \frac{dP_5}{P_5} - (47)+(48)+(56)-(57)$$

$$\frac{dP_6}{P_6} = \frac{dP_5}{P_5} - (46)+(47)+(56)-(57)$$

$$\frac{ds_6}{s_6} = \frac{dP_6}{P_6} - (62)+(63)+(71)-(72)$$

$$\frac{dc}{c} = \frac{dP_6}{P_6}$$

$$\frac{dP_7}{P_7} = \frac{dP_6}{P_6} - (61)+(62)+(71)-(72)$$

$$\frac{ds_7}{s_7} = \frac{dP_7}{P_7} - (67)+(68)+(76)-(77)$$

$$\frac{dP_8}{P_8} = \frac{dP_7}{P_7} - (66)+(67)+(76)-(77)$$

$$\frac{ds_8}{s_8} = \frac{dP_8}{P_8} - (82)+(83)+(91)-(92)$$

$$\frac{dP_9}{P_9} = \frac{dP_8}{P_8} - (81)+(82)+(91)-(92)$$

$$\frac{ds_9}{s_9} = \frac{dP_9}{P_9} - (87)+(88)+(96)-(97)$$

$$\frac{dP_{10}}{P_{10}} = \frac{dP_9}{P_9} - (86)+(87)+(96)-(97)$$

$$\frac{ds_{10}}{s_{10}} = \frac{dP_{10}}{P_{10}} - (102)+(103)+(110)-(111)$$

$$\frac{dP_{11}}{P_{11}} = \frac{dP_{10}}{P_{10}} - (101)+(102)+(110)-(111)$$

$$\frac{ds_{11}}{s_{11}} = \frac{dP_{11}}{P_{11}} - (106)+(107)+(115)-(116)$$

$$\frac{db}{b} = \frac{dP_{11}}{P_{11}} + (115)-(116)$$

Los términos P_1 y s_1 son iguales (20 Km)..

Como los errores angulares (o de direcciones) se expresan en segundos, tienen que multiplicarse todas las expresiones de la derecha por la constante

$$\mu_o = \frac{s_i}{\rho} \quad m_o = \pm 0.0485 \text{ m}$$

para obtener el error medio del lado respectivo.

Los coeficientes de los valores diferenciales están representados en las planillas 1 y 2. (Ver pág.14,15)

De los coeficientes de estas planillas deducimos los siguientes errores medios:

lado	s_1	error medio	$\mu_o \sqrt{6} = \pm 0,116 \text{ m}$
"	s_2	" "	$\mu_o \sqrt{10} = \pm 0,154 \text{ "}$
"	s_3	" "	$\mu_o \sqrt{14} = \pm 0,182 \text{ "}$
"	s_4	" "	$\mu_o \sqrt{18} = \pm 0,206 \text{ "}$
"	s_5	" "	$\mu_o \sqrt{22} = \pm 0,228 \text{ " lado c: } \mu_o \sqrt{22} = \pm 0,228 \text{ m}$
"	s_6	" "	$\mu_o \sqrt{26} = \pm 0,247 \text{ "}$
"	s_7	" "	$\mu_o \sqrt{30} = \pm 0,266 \text{ "}$
"	s_8	" "	$\mu_o \sqrt{34} = \pm 0,283 \text{ "}$
"	s_9	" "	$\mu_o \sqrt{38} = \pm 0,299 \text{ "}$
"	s_{10}	" "	$\mu_o \sqrt{42} = \pm 0,314 \text{ "}$
"	s_{11}	" "	$\mu_o \sqrt{46} = \pm 0,329 \text{ "}$

Finalmente el lado b $\mu_o \sqrt{44} = \pm 0,455$

Observación: El lado b es de 28 Km.

De la suma de los coeficientes de la planilla 2 tenemos la expresión:

$$\frac{d \sum x}{\mu_o} = -11(1)+11(2)-10(3)+9(4)+(5)+11(12)-11(13)-9(17)+ \\ +8(18)+(19)-8(22)+7(33)+(24)+10(27)-10(28)+9(32)-9(33)-7(41)+ \\ +6(42)+(43)-6(46)+5(47)+(48)+8(51)-8(52)+7(56)-7(57)-5(61)+ \\ +4(62)+(63)-4(66)+3(67)+(68)+6(71)-6(72)+5(76)-5(77)-3(81)+ \\ +2(82)+(83)-2(86)+(87)+(88)+4(91)-4(92)+3(96)-3(97)-(101)+ \\ +(103)-(106)+(107)+2(110)-2(111)+(115)-(116).$$

De ésta resulta el siguiente error medio longitudinal: $M_x = \mu_o \sqrt{1936} = \pm 2,13 \text{ m}$

Este error corresponde al primer caso, con la única base medida a.

Si se introduce el lado b en el extremo de la cadena y se realiza la compensación con la base fija, se tienen estas dos ecuaciones normales

$$\begin{aligned} 44 \ k_b &= 254 \text{ (XX)} \\ &+ 1936 \text{ (XX)} \end{aligned}$$

Por la eliminación de la incógnita k_b se reduce el coeficiente (XX) al valor

$$469,73$$

El error medio longitudinal respectivo será

$$M_x = \mu_0 \sqrt{469,73} = \pm 1,05 \text{ m}$$

de lo que se deduce la regla:

Por la condición de base fija el error medio longitudinal se reduce a la mitad de su magnitud inicial.

Esta es la ventaja de gran importancia que resulta de las dos bases conocidas (fijas) en los extremos de la cadena.

Finalmente consideramos el tercer caso, con una base en el medio de cadena.

Para este caso tenemos en la planilla 2 para las direcciones de 1 a 57 las sumas del segundo renglón y para las de 61 hasta el fin, las sumas del primer renglón.

Por consiguiente tenemos estas ecuaciones normales:

$$\begin{aligned} 22 \ (b_1) &+ 55 \text{ (XX)} \\ &+ 67 \text{ (XX)} \\ 22 \ (b_2) &+ 484 \text{ (XX)} \end{aligned}$$

Por la introducción de las dos bases fijas el coeficiente (XX) se reduce al valor

$$142,45$$

y el error medio longitudinal $M_x = \mu_0 \sqrt{142,45} = \pm 0,58 \text{ m}$
es decir cerca de un cuarto de su valor inicial.

Valores diferenciales dP

Planilla 1

dP	1	2	3	4	12	13	17	18	22	23	27	28	32	33	41	42	46	47	51	52	56	57	61	62
dP ₁	-1	+1																						
dP ₂	-1	+1	-1	+1	+1	-1																		
dP ₃	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1			+1	-1												
dP ₄	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1										
dP ₅	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1			+1	-1				
dP ₆	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1		dc
dP ₇	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1
dP ₈	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1
dP ₉	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1
dP ₁₀	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1
dP ₁₁	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1

	66	67	71	72	76	77	81	82	86	87	91	92	96	97	101	102	110	111
dP ₇			+1	-1														
dP ₈	-1	+1	+1	-1	+1	-1												
dP ₉	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1			+1	-1						
dP ₁₀	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1				
dP ₁₁	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1

Valores diferenciales ds y dx

Planilla 2

ds	1	2	3	4	5	12	13	17	18	19	22	23	24	27	28	32	33	41	42	43	46	47	48	51	52	56	57	61	62	3
ds ₁	-1	+1		-1	+1	+1	-1																							
ds ₂	-1	+1	-1	+1		+1	-1		-1	+1				+1	-1															
ds ₃	-1	+1	-1	+1		+1	-1	-1	+1			-1	+1	+1	-1	+1	-1													
ds ₄	-1	+1	-1	+1		+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1		-1	+1				+1	-1					
ds ₅	-1	+1	-1	+1		+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1			-1	+1	+1	-1	+1	-1			
ds ₆	-1	+1	-1	+1		+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1		-1	+1
ds ₇	-1	+1	-1	+1		+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1	
ds ₈	-1	+1	-1	+1		+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1	
ds ₉	-1	+1	-1	+1		+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1	
ds ₁₀	-1	+1	-1	+1		+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1	
ds ₁₁	-1	+1	-1	+1		+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1	
(dx)	-11	+11	-10	+9	+1	+11	-11	-9	+8	+1	-8	+7	+1	+10	-10	+9	-9	-7	+6	+1	-6	+5	+1	+8	-8	+7	-7	-5	+4	+1
(dx)	-5	+5	-4	+3	+1	+5	-5	-3	+2	+1	-2	+1	+1	+4	-4	+3	-3	-1		+1	-0	+1	+1	+2	-2	+1	-1			

ds	66	67	68	71	72	76	77	81	82	33	86	87	88	91	92	96	97	101	102	103	106	107	110	111	115	116
ds ₆				+1	-1																					
ds ₇		-1	+1	+1	-1	+1	-1																			
ds ₈	-1	+1		+1	-1	+1	-1		-1	+1				+1	-1											
ds ₉	-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1			-1	+1	+1	-1	+1	-1									
ds ₁₀	-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1		-1	+1			+1	-1		
ds ₁₁	-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1		-1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	+1		(-1	+1)	+1	-1	+1	-1
(dx)	-4	+3	+1	-6	-6	+5	-5	-3	+2	+1	-2	+1	+1	+4	-4	+3	-3	-1	+0	+1	-1	+1	+2	-2	+1	-1

②

① Σ del renglón② Σ del renglón $db = ① + ② - (-106 + 107)$

CAPITULO II

EL GEODIMETRO Y SU PAPEL EN LOS TRABAJOS GEO- DESICOS

Un grave problema preocupaba a todos los países del mundo para poder lograr una precisión elevada, que permitiera darle bases firmes a la medición de longitudes sin que dicha tarea representara la inversión de gran cantidad de fondos y exigiera la permanencia de personal en el campo durante un tiempo demasiado prolongado. Se ha incorporado en el campo de la Geodesia un nuevo equipo electro-óptico llamado geodímetro, con el que se pueden medir distancias en forma directa entre puntos intervisibles, permitiendo alcanzar las precisiones anteriores y disminuir los costos en forma muy considerable.

Fué el geodesta sueco Dr. ERIK BERGSTRAND quien inventó dicho instrumento; sacó el primer modelo en el año 1948, y después de muchos ensayos sobre mediciones, permitió a la casa A. G. A. Gasaccumulator Co., rediseñar el equipo para su producción comercial. Recién en 1953 se iniciaron los trabajos para confirmar su bondad.

Es un instrumento empleado en tareas geodésicas, tales como la mensura de las bases de precisión de la triangulación, pudiéndose utilizar en condiciones especiales para levantamientos, mediante los métodos de trilateración.

La distancia se obtiene en forma indirecta, al determinar el intervalo de tiempo que emplea un rayo de luz en trasladarse desde el Geodímetro, ubicado en uno de los extremos del lado a medir, hasta el otro donde se ha colocado un espejo o prisma, en el que se refleja, para volver al punto de origen.

El conocimiento de la velocidad de propagación de la luz, con suficiente precisión, permite calcular fácilmente la distancia entre los puntos.

El principio básico del sistema de medición, se explica más fácilmente por comparación con el método de Fizeau, con la aclaración de que el principio del geodímetro es el inverso, por cuanto la velocidad de la luz, ya conocida, se usa para determinar una distancia desconocida, en lugar de usar una conocida para determinar la velocidad de la luz, como lo hacía Fizeau.

El geodímetro usa una célula de Kerr en lugar de la rueda dentada para modular la intensidad de la luz; la misma es un recipiente cerrado, con dos electrodos sumergidos en nitrobencono, los que adquieren doble refracción cuando se le imprime un potencial de voltaje a través de las placas.

Esta luz modulada se proyecta sobre un sistema lejano reflejante, el cual la devuelve al receptor óptico del geodímetro; aquí la luz devuelta se imprime sobre el cátodo de un fotomultiplicador, este tubo reemplaza al ojo en el método de Fizeau.

De esta manera, con el rayo transmitido y recibido, electrónicamente, podemos comparar la fase de un rayo de luz que sale, con la del haz de luz recibida. La distancia no se lee directamente sobre el instrumento, sino que se debe calcular en base a ciertas constantes instrumentales conocidas y datos de observación.

En general, la precisión del geodímetro está dada por la fórmula:

$$\pm 1 \text{ cm} \pm 10^{-6} \cdot D$$

siendo D la distancia a medir en metros.

Su alcance, en condiciones muy particulares, y con excelente visibilidad, puede superar los 60 Km, aunque en la práctica, resulta difícil superar los 25 Km.

Para sacar conclusiones sobre las bondades del geodímetro, la Asociación Internacional de Geodesia designó al Grupo Especial de Estudios No. 19 sobre las mediciones electrónicas de distancias con instrumentos terrestres. Este grupo presentó su informe a la XII Asamblea General de la A. I. G. que tuvo lugar en Helsinski, Fin-

landia, en 1960.

En base al prolijo estudio efectuado por este grupo, la A.I.G. aprobó, en dicha Asamblea, la resolución No. 2 por la que se considera a los instrumentos electro-ópticos utilizables para la medición de bases geodésicas, a condición de que los instrumentos y métodos operatorios se ajusten a las recomendaciones del grupo de estudios No. 19.

En virtud de todos estos antecedentes, y en consideración a que la clásica determinación del primer lado de una triangulación, mediante una pequeña base medida con alambres o cinta invar, y la correspondiente red de ampliación, suministra para la base calculada una longitud afectada de los errores propios de todas estas mediciones, se pensó siempre en la conveniencia de una medición directa del primer lado de la triangulación, lo que parece haberse logrado con la aparición del geodímetro.

Es así como en 1959, el I.G.M. adquirió un geodímetro modelo NASM. 2A., con el que se inició un plan de observaciones experimentales, las que se analizarán a continuación. El Geodímetro A.G.A. NASM. 2.A. sistema Bergstrand, es un moderno instrumento óptico electrónico, para la medición geodésica de distancias, por un método indirecto.

El I.G.M. ha realizado sus últimas experiencias con este moderno instrumento, con resultado satisfactorios. Se han medido distancias en orden progresivo a partir de los 100 mts., hasta llegar a lados de más de 26 Km. Hasta el año 1964 se han medido 23 lados como se verá en detalle, al analizar la planilla 4. (Ver pág.21).

Estas mediciones se han efectuado en los 4 cruces de cadena de una unidad geodésica, cerrándose en cada vértice un triángulo para efectuar de esta manera un control angular. También se midió un lado en la mitad del trozo de cadena. En los últimos 2 lados, se efectuó la medición de la temperatura en la mitad de los mismos empleando para ello un globo zonda y mástiles. Muchos lados fue-

ron medidos, en forma reiterada, desde ambos extremos.

Este plan de experiencias culminó en la provincia de Mendoza con la medición de 3 lados cerrando un triángulo (Base El Cigarral), trabajo éste solicitado por la Dirección de Catastro de dicha provincia. En esta zona se efectuó el control de la temperatura en la mitad de la base medida, empleando mástiles de reconocimiento, pues los globos zonda no resultaron, debido a los fuertes vientos que hacían peligrar el material de control térmico. Con la medición del lado ampliado, (Provincia de San Luis), en la intersección de las cadenas 3 y G., y una base en la mitad del trozo de cadena 3, entre F y G, se incorpora el Geodímetro NASM 2A a nuestra red geodésica fundamental. Estas bases geodésicas que medimos geodimétricamente, podían ser perfectamente controladas, pues están ya medidas (con alambres de invar) las otras 3 bases que completan la unidad geodésica. Es intención de este trabajo, poner de manifiesto los resultados obtenidos con el geodímetro, los cuales se consideran satisfactorios; comparar estos resultados con los del método clásico empleado hasta la fecha, y comunicar la incorporación de un nuevo método, que permite dejar de lado los patrones flexibles para reemplazarlos por medición de lados de triángulos en forma directa.

Se ha logrado así, disminuir en forma considerable el tiempo y el costo que demanda la medición de una base, eliminando la medición y cálculo de la red de ampliación.

Las mediciones se han efectuado en distintas zonas, sometiendo las observaciones a condiciones climáticas heterogéneas, y a distintas épocas del año.

El resultado de estas experiencias, ha demostrado que resulta muy dificultoso medir lados de una longitud superior a los 26 Km, salvo en condiciones muy particulares; para superar dicha distancias, se aumentó el número de prismas, de 21 a 42, con lo que si bien se mejoró el retorno del rayo de luz, no se pudo superar en mucho la distancia total a medir.

Lado	Base	Distancia medida con geodímetro m	Error medio mm		Distancia calcula da de los ángulos compensados	Δ Diferencia g - L	Altura de Torres	
			m ₁	m ₁			m	m
Lote 24-Lomas Altas	Puelches	20.678,278	±34	±10	20.678,143	+0,135	-	-
7 de Diciembre - Ranquel	Alvear	18.000,273	±28	± 6	18.000,356	-0,083	6	18
El Carmen - Ranquel	"	26.464,371	±54	±21	26.464,405	-0,034	15	18
7 de Diciembre - El Carmen	"	18.745,463	±66	±13	18.745,456	+0,007	6	15
Reconquista - El Retiro	Balcarce	18.962,549	±37	±10	18.962,616	-0,067	3	18
Reconquista - El Refugio	"	18.464,045	±46	±14	18.463,991	+0,054	3	13
El Refugio - C. de Volcán	"	20.927,545	±21	± 6	20.927,614	-0,069	3	9
El Retiro - C. de Volcán	"	19.993,177	±22	± 6	19.993,112	+0,065	13	9
El Retiro - El Refugio	"	26.131,321	±35	±18	26.131,276	+0,045	6	18
La Bebida - Co. San Luis	Mitad de cadena	21.296,231	±31	±11	21.296,115	+0,116	-	6
La Tablilla - San Juan	Lezama	18.735,995	±15	± 5	18.735,839	+0,156	12	6
San Juan - San Jorge	"	19.613,841	±45	± 9	19.613,815	+0,026	6	18
La Tablilla-P.Interm.-San Jorge	"	26.377,256	±40 ±76	± 9 ±16	26.377,472	-0,216	12	18
Oromí - La Golondrina	Juárez	22.891,664	±19	± 5	22.891,594	+0,070	3	15
Cpo. Peralta - La Golondrina	"	18.099,863	±21	± 6	18.099,794	+0,069	3	16
Cpo. Peralta - Oromí	"	18.369,500	± 6	± 2	18.369,389	+0,111	3	18
Oromí - Cpo. Peralta	"	18.369,471	±18	± 5	18.369,389	+0,082	3	6
Ext. Sud-Ext. Norte	El Cigarral	7.266,8864	-	± 3,2	--	--	9	6
Ext. Norte-Ext. Sud	"	7.266,8850	-	± 2,9	--	--	9	6
Ext. Sud - Punto Aux.	"	6.709,1386	-	± 2,4	--	--	9	-
Ext. Norte - Punto Aux.	"	6.722,5429	-	± 4,1	--	--	9	-
--	Perdices	9.692,190	±10	±17	9.692,200	-0,010	-	-
--	--	9.600,178	-	-	--	--	-	-

Estudiando la planilla 4 de mediciones, es de hacer notar que las discrepancias: geodfmetro - lado de triangulación - son valores muy aceptables, y las mismas son el resultado de la acumulación de errores propia de toda triangulación geodésica, y del error medio del geodfmetro.

Resulta interesante, que dichas discrepancias se reducen cuando remedimos bases (cuyas precisiones como es natural, son muy superiores a las de los lados calculados en una triangulación); esta observación nos permite arriesgar juicio, y suponer que las causas de las discrepancias son debidas en su mayor porcentaje al lado calculado y no al medido geodimétricamente.

Experiencias en otros países del Mundo

Muchos son los países que en la actualidad han empleado el geodfmetro para solucionar los problemas de medición de distancias con fines geodésicos; se han medido bases geodésicas, lados de ampliación, lados trigonométricos y también se han medido numerosas redes por trilateración, para ligar islas al continente.

Se hará un breve comentario sobre algunos de los países que han experimentado este nuevo método, mostrando el resultado de las mediciones efectuadas. Ellos son: NORUEGA:

Se midió un lado de 27 Km de la red geodésica; de la base de Lista; fué medido en 1957 con un geodfmetro prestado por Dinamarca; este mismo lado se midió dos veces más (en 1958 y 1959), pero con un telurómetro; comparando los resultados con los provenientes de la triangulación, se comprobó que todos ellos eran mayores en 41 cm, 12 cm y 5 cm, respectivamente. Para los cálculos con geodfmetro se empleó una velocidad de la luz $c = 299.793,1$ Km/seg y para el telurómetro $c = 299.795,5$ Km/seg; empleando este último valor también para el geodfmetro, la diferencia de 41 cm se redujo a 35 cm.

Entre la triangulación y la trilateración en la zona de Trondelay, existe un factor de escala de 1:92.000.

Introduciendo este factor, las diferencias que quedan son inferiores a 1:100.000, excepción hecha para dos lados que atraviesan el fiord de Trondheim

JAPON: Desde 1956 se midieron 14 lados con geodímetro, en redes de triangulación de primer orden; está previsto efectuar mediciones de lados con geodímetro cada 200 km en la red geodésica.

Planilla 5

No.	Fecha	Longitud en m. con geodímetro	Error medio	Long. en m. hasta ahora adoptada	Diferen- cia m.
1	1960,5	30.020,33	0,004	30.020,60	- 0,27 m.
2	1960,8	22.757,69	0,005	22.757,78	- 0,09 m.
3	1960,10	28.308,72	0,007	28.308,53	+ 0,19 m.
4	1961,8	25.833,73	0,006	25.834,33	- 0,60 m.
5	1962,5	31.066,29	0,008	31.066,46	- 0,17 m.
6	1962,9	23.188,36	0,005	23.188,45	- 0,09 m.
7	1962,10	31.008,12	0,002	31.008,15	- 0,03 m.

ESPAÑA.

En España el Geodímetro se ha empleado para medir 4 lados en las intersecciones de las cadenas meridianas y paralelas. De los 4 lados, hubo que recortar tres, es decir, medirlos con punto intermedio, habiendo intentado en principio efectuar su medición directa. El punto intermedio no pudo estar siempre en la mitad del lado, por razones topográficas. Las mediciones se hicieron con espejos, no con prismas, lo cual les creó muchas dificultades; el geodímetro y el espejo se pusieron sobre pilares de mampostería. En todos los cálculos se introdujo como velocidad de la luz, la recomendada en Toronto. El programa para el futuro es de continuar las observaciones en este orden de ideas. Lamentablemente, los lados tendrían que ser partidos (con punto intermedio) en muchas oportunidades; como consecuencia de su longitud (60 km) que so-

superó el alcance del geodímetro. España ha empleado este instrumento para medir bases que sirvieron de apoyo a una trilateración efectuada con telurómetro en el Sahara Español.

INGLATERRA:

Medición de cinco lados.

SUECIA:

Medición de lados de triangulación: 5 lados de 1er. orden, 4 de más de 35 km., y 1 de más de 10 km. La velocidad de la luz empleada fué $C_0 = 299.792,8$ km/seg.

Además se midieron 3 bases de 5,4; 6,9; y 7,3 km, respectivamente; las mediciones se efectuaron con un geodímetro NASM-1. Estas últimas mediciones fueron efectuadas los años 1949 y 1955.

CANADA:

Medición de bases. Se han medido 10 bases de 20 a 30 km de largo, efectuando 30 observaciones. Los desvíos del promedio fueron del orden de los 3 cm.

AUSTRIA:

Medición de bases y lados de ampliación. Se midieron dos ramas de la base de Viena y los cinco lados de los triángulos adyacentes a la red de desarrollo de la base de Munich (1958).

AUSTRALIA:

Medición de bases. Uso limitado. Se midieron cuatro bases de 6; 7; 10 y 11 Km con un geodímetro NASM. 1.

CHECOSLOVAQUIA:

Se midió la base geodésica de Praga, de 960 m. y se han remedido lados geodésicos cuyas longitudes no superaron los 21 km. También se midió nuevamente una

base de 6,3 km medida anteriormente con alambres invar; la precisión lograda fué inferior a 1:500.000. Se efectuó también la medición de una red de desarrollo de una base geodésica; la compensación de esa triangulación confirmó la precisión arriba indicada.

EE. UU.

El Coast and Geodetic Survey entró en el campo de las mediciones de distancias electrónicas con la adquisición en 1953 del geodímetro Modelo 1.

El uso de equipos electrónicos para la medición de distancias aumentó durante este período.

El modelo NASM. 2 fue usado para la medición de bases de redes de primer orden ya existentes, y en algunas áreas de redes nuevas. Un programa de medición de bases de primer orden se inició hace algunos años, y este programa será continuado hasta que se establezcan bases en intervalos uniformes en todas partes.

El Coast and Geodetic Survey, desde 1953. a 1957, ha medido 60 lados con geodímetros a través de distintos tipos de terrenos (agua, montaña, desiertos, colinas, áreas planas cultivadas); la longitud media de lados medidos fué de 16.480 mts. La mínima fué de 1.114 mts. y la máxima de 42.036 m. Actualmente cuenta con 1 modelo 1; 1 modelo 2 y 6 modelos 4.

El error mínimo probable de un resultado, para el total de los 60 lados, fue de 2,2 mm con un error probable máximo de 9,9 mm.

Se midieron 4 bases de cintas, con el geodímetro, y se obtuvieron comprobaciones de 1:508.000; 1:535.000; 1:158.000 y 1:157.000.

Debe notarse que las comparaciones con las distancias a cinta, contienen los errores de cinta, como también los del geodímetro. Es difícil decir qué parte de estos errores puede atribuirse al alambre o cinta y hasta qué punto el error se debe al geodímetro.

La mayor parte de las longitudes medidas con el geodímetro fueron utilizadas directamente en compensaciones de la triangulación y han sido comprobadas como satisfactorias, como bases de primer orden.

En algunos casos el geodímetro se ha utilizado para controlar lados de triangulación compensados, para determinar si se ha introducido distorsión por medio de la compensación.

Los geodímetros Modelo 1 y 2 son excelentes instrumentos para la medición de bases de primer orden. Puede economizarse mucho dinero y tiempo con referencia a la medición convencional de las bases con cinta. Tipos difíciles de terreno, que impiden la medición convencional, no constituyen dificultad alguna para el geodímetro.

Más de 250 lados han sido medidos con el modelo 1 y 2. La mayoría de estos lados han sido usados como bases de precisión para triangulaciones de primer orden. El modelo 1 y 2 y el 2 A. son muy similares, con muy pocos cambios en el 2A. para mejorar la precisión. Mientras los modelos del geodímetro 1, 2 y 2A han producido excelentes resultados, su operación desde torres es difícil y se pierde tiempo. Recientemente un extenso levantamiento fue llevado a cabo en Florida el cual requirió extrema precisión. El terreno llano impuso el uso de torres de metal. Un modelo 2 fue elevado por partes e instalado en torres cada noche; se emplearon seis hombres para elevar el instrumento y al final de las observaciones nocturnas se bajaba nuevamente a tierra.

En colaboración con países latinoamericanos se midieron 25 bases, para la red de unión de América del Norte - América del Sud, variando en alturas desde el nivel del mar hasta 4500 m. con condiciones muy diferentes de temperatura, sin efectos desfavorables.

Por trilateración se han medido numerosas redes, para ligar islas a Brasil y otras a Formosa, para levantar las islas Marshall y para la unión de Cuba a América Central.

RUSIA:

Extracto del Capítulo I "Triangulación" del folleto de la Academia de Ciencias de U. R. S. S. "Informes sobre trabajos científicos en Geodesia 1957-1958" (Mos-cú 1960).

El error medio cuadrático en la medición de bases, según métodos aplicados en U. R. S. S. , no excede 1:1.000.000; esto se confirmó con mediciones geodimétricas repetidas en algunas bases medidas con alambre invar; la discrepancia en 7 bases no sobrepasó el 1:800.000. Esto comprueba la gran precisión alcanzada con geodímetro.

Durante el período 1957-1959, se elaboraron varios tipos de distanciómetros electroópticos, llamados también "luzdistanciómetros"; con ellos se hicieron muchos ensayos y se estudiaron los métodos de aplicación. La aplicación de los Distanciómetros electroópticos exigió el conocimiento de la velocidad de la luz con una precisión muy elevada.

En U. R. S. S. desde 1959 se aceptó como velocidad de la luz en el vacío $V_0 = 299.792,5 \pm 0,7$ km/seg.

Se llevaron a cabo investigaciones especiales para determinar V_0 ; de las mismas resultaron los siguientes valores: con luzdistanciómetro CBB-1, de la medición de tres bases de 7 a 12 km. de longitud, medidas anteriormente con alambres invar, resultó $V_0 = 299.792 \pm 0,3$ km/seg.

Con geodímetro Bergstrand, de la medición de 6 bases, de 9 a 17 km de longitud, resultó $V_0 = 299.792,5 \pm 0,1$ km/seg.

De las experimentaciones llevadas a cabo por los geodestas soviéticos, se han obtenido las siguientes conclusiones: los métodos con luzdistanciómetros, en lo que respecta a su precisión y economía son más ventajosas que los métodos clásicos usados hasta la fecha. Para la realización de redes geodésicas con Distanciómetros electroópticos, se puede aplicar el método de triangulación y sobre todo el método de poligonación.

Las experiencias han demostrado que aplicando solamente trilateración y solo parcialmente la poligonación, pueden aparecer considerables errores en lo que a desplazamientos transversales de las cadenas de trilateración respecta. Estos errores pueden ser disminuídos y localizados, determinando los Acímutes de Laplace, de cuya frecuencia depende la precisión angular poligonométrica.

Los cálculos teóricos, como así también los trabajos prácticos, han demostrado que en muchos casos la realización de las redes geodésicas por el método poligonométrico con Luzdistanciómetro resulta ser más económico que por el método clásico.

ALEMANIA OCCIDENTAL

Lados trigonométricos de primer orden medidos electrónicamente

1. Mediciones geodimétricas.

Las mediciones electro-ópticas de distancias en las redes de ampliación de la base y en los lados de triángulos de 1er. orden han sido realizadas con el geodímetro 2A del Instituto de Geodesia Aplicada (Secc. II del Instituto Alemán de Investigaciones Geodésicas). Para el instrumento se realizaron varias determinaciones de constantes y controles de frecuencias. Las mediciones se llevaron a cabo por lo general con distintas frecuencias.

Redes de ampliación de la base.

En los años pasados con el geodímetro 2A (Ver figuras de 4 a 7)

1958	en la red de ampliación de la base	Munich	3	lados
1959	"	"	"	" Heerbrugg 6 lados
1960	"	"	"	" Meppen 5 lados
1961	"	"	"	" Göttingen 4 lados

Los resultados de las mediciones de 1958 y 1959 pueden ser comparadas con las mediciones correspondientes a la Oficina Nacional de Pesas y Medidas y de

Geodesia de Austria. Mientras tanto, en la red de ampliación de Meppen ya han sido medidos todos los lados, y se concluyó la compensación.

En la red de ampliación de las bases Göttingen, en el otoño de 1962, no se pudo terminar de medir los lados restantes con estaciones intermedias por causa del mal tiempo. Las distancias de más de 16 - 18 km, pueden medirse en esta región solamente muy pocas veces a pesar de la utilización de 37 prismas triples en el reflector.

De singular interés son las comparaciones de las distancias medidas electro-ópticamente, reducidas al arco esferoidal, con las distancias determinadas por compensación trigonométrica, de mediciones de bases y ángulos. (Planilla 6).

En la red de ampliación de la base de Munich se produce una diferencia de escala relativamente grande con un valor medio de $-7,3 \text{ mm/km}$, lo que es más o menos $1:135.000$. El Profesor Kneissl ya informó en Munich sobre las investigaciones repetidas. (Planilla 6).

En la red de ampliación de Heerbrugg (Planilla 6) en Suiza, las mejores diferencias en escala se manifestaron en los trayectos de ondas que pasan muy alto sobre el terreno o en los trayectos de ondas empinados; los tramos planos restantes concuerdan muy bien. En la base la medición geodimétrica presenta solamente una diferencia de 1 mm. en comparación con la medición con alambre invar.

Para la red de la base Meppen (Planilla 6) de los primeros cinco tramos geodimétricos, se producen diferencias en escala extraordinariamente pequeñas. También aquí tenemos solamente una diferencia de 0 mm. entre el resultado de la medición con geodímetro y con alambre invar.

Los primeros tramos de la red de la base Göttingen (Planilla 6) presentan una diferencia de -2 mm/km donde la longitud de la base medida con alambres invar y con el geodímetro concuerda muy bien. Diferencia = 0. mm.

Lados de triangulación de 1er. orden (I. O.)

En la red principal de triangulación de Alemania Occidental los lados de I. O. son por lo general, mayores de 18-20 km de manera que ellos se miden convenientemente en tramos parciales con el geodfmetro 2A y con un reflector grande.

En colaboración con la Oficina Nacional de Triangulación de la Baja Sajonia, en el año 1962, se han realizado en dos regiones mediciones electro-ópticas de distancias en la red de I. O.

En Ghenitz se midió un cuadrilátero diagonal con un punto central de II O. ubicado en la Elbkette (cadena Elb) (1874-75). Los resultados aún no han sido controlados, pero se han resumido provisoriamente los valores de la apreciación geodésica y comparado con las distancias calculadas de las coordenadas.

Las diferencias Δ_1 entre mediciones geodimétricas y las longitudes calculadas de las coordenadas trigonométricas dan un valor medio de 12 mm/km (Planilla 7) que significa más o menos 1:83.000 en el cual la dispersión de los valores aislados indica tensiones de la red. En cambio, las diferencias Δ_2 entre la medición geodimétrica y las distancias calculadas de las coordenadas de la compensación libre son muy inferiores.

La diferencia media en escala de la zona es de + 1,4 mm/km, que significa más o menos 1:714.000.

En la red de ampliación de la base Göttingen en el otoño de 1962 sólo pudieron medirse unos lados del triángulo de I. O. Meissner-Stanferberg-Ahlsburg con dos puntos intermedios.

Red de ampli- ción	Tramo	Medición geodimétrica		Compensación trigonométrica		Diferencia	
		Canti- dad	Longitud media reducida al nivel del mar (m)	Longi- tud (m)	Error medio (mm)		
						mm	mm/Km
Munich (München)	BN. BS	2	8.231,870	1,847	± 0	- 23	- 2,8
	BN. Parado	1	9.047,526	7,467	± 8	- 59	- 6,5
	BN.Autkirchen	1	17.622,927	2,707	± 24	-220	-12,5
						Promedio:- 7,3	
Heerbrugg (Schweiz)	BN. BS.	1	7.253,513	3,514	-	+ 1	+ 0,1
	BN.St.Anton	1	8.731,667	1,670	-	+ 3	+ 0,3
	BS.St.Anton	1	9.122,297	2,292	-	- 5	+ 0,5
	Hohe Kugel St. Anton	1	16.158,316	8,360	-	+ 44	+ 2,7
	BS.Hohe Kugel	1	9.553,507	3,528	-	+ 21	+ 2,2
	Bf.Hohe Kugel	1	8.215,805	5,802	-	- 3	- 0,4
						Promedio: 0,7	
Meppen	BO.BW	3	7.039,457	9,457	± 0	0	0,0
	BO.Hengetberg	1	6.340,627	0,640	± 8	+ 13	+ 0,2
	BW.Hengetberg	1	7.653,382	3,403	± 6	+ 21	+ 2,8
	Windberg- Hengetberg	1	13.643,720	3,731	± 26	+ 11	+ 0,8
	Rütenbrock- Kirche	1	16.680,688	0,651	± 33	- 37	- 2,2
						Promedio: 0,3	
Göttingen	BN.BS.	3	5.192,901	2,901	-	0	0,0
	BN.Hohehagen	1	13.418,039	7,902	-	(-137)*	-
	BN.Gleichen	1	8.660,111	0,092	-	- 19	- 2,2
	BS.Gleichen	1	7.047,310	7,292	-	- 14	- 2,0
						Promedio:- 2,1	

(*) Diferencia (-137m) a causa de los cambios de la posición de la estación Hohehagen no es apropiada a la comparación.

Planilla 7

T R A M O	Medición geodimétrica (m)	Medida Trigonométrica (m)	Diferencia $\Delta 1$		Compensación libre (m)	Diferencia $\Delta 2$	
			mm	mm/Km		mm	mm/Km
Glienitz-Redemoirel	18.561,579	1,851	+272	+15	1,588	9	0,5
Glienitz-Hohenbünstorf	34.721,810	2,049	+239	+ 7	1,849	39	1,1
Glienitz-Scharnebeck	28.676,587	6,840	+253	+ 9	6,597	10	0,3
Scharnebeck- -Hohenbünstorf	23.195,369	5,775	+406	+18	5,497	128	5,5
Redemoirel-Hohenbünstorf	29.065,962	6,175	+213	+ 7	5,955	- 7	- 0,2
Redemoirel-Scharnebeck	36.363,119	3,640	+521	+14	3,156	37	1,0

PROMEDIO: +12

1:83.000

PROMEDIO: +1,4

1:714.000

CAPITULO III

COMPENSACION COMBINADA EN LAS DIRECCIONES Y LADOS MEDIDOS

Es evidente que, si en una figura tenemos medidos varios lados, éstos unidos a las direcciones observadas en la misma figura tienen que someterse a una compensación. La compensación es necesaria, porque es difícil suponer que los lados medidos carecen en forma absoluta de errores; por el contrario este método, internamente muy preciso, sufre sin duda alguna las influencias meteorológicas, por lo que los resultados de medición tendrán pequeños errores que no se eliminan por repetición de observaciones.

Aquí, por consiguiente, tenemos un caso de compensación combinada, en la que se compensan simultáneamente las direcciones y los lados.

Es muy importante conocer la relación entre ambas clases de errores, si se quiere obtener por medio de la compensación resultados de valor real.

Es claro que en la suma (pvv) tienen que participar ambos errores de acuerdo con su precisión. Si no se cumple esta condición, no tendrá la influencia verdadera aquella parte de errores cuyos cuadrados resultan demasiado pequeños. Se elimina este inconveniente con dos medidas, ambas aplicadas con el mismo fin. La primera es la elección conveniente de la unidad para ambas variedades de observaciones, y la segunda la unidad de peso para una variedad, con la que se asegura la influencia correcta de ambos grupos.

Un ejemplo aclarará esto.

Si expresamos los lados en metros y las direcciones en segundos, tendremos aproximadamente los errores de la siguiente naturaleza:

en lados de 0,02 a 0,05 m

en direcciones 0,"2 a 0,"5

o en la suma (vv): lados en milésimos

direcciones en décimos

La consecuencia es que los errores de los lados no tienen casi ninguna influencia en (vv) y por esto puede ocurrir que para satisfacer las ecuaciones de condición las correcciones de lados resulten demasiado grandes.

Para eliminar este inconveniente cambiaremos en primer lugar la unidad de lados (o sus errores) en decímetros. De tal modo ambos errores resultarán bastante parejos, es decir:

los lados de 0,2 a 0,5 dm
los ángulos 0,"2 a 0,"5

La segunda modificación será una adecuada elección de unidad de peso para los lados. Para hacer esto en la forma correcta tendremos que conocer el error medio verdadero de la medición de los lados. Hasta ahora esto es posible sólo en base a suposiciones.

Parece que no estamos lejos de la verdad, si suponemos los siguientes errores medios:

para los lados $\pm 0,3$ dm para 20 km de longitud
para las direcciones $\pm 0,"3$

Por consiguiente el peso relativo de un lado es

$$p = \frac{20}{s}$$

donde s es la longitud del lado expresado en km.

*

Partiendo de estas consideraciones realizamos la compensación combinada de una figura, en la que hay varios lados medidos por el siguiente procedimiento.

En el cuadrilátero de la figura 8 se miden todas las direcciones existentes y además los lados a, b, c.

Como para determinar en forma completa esta figura son indispensables 8 direcciones y un lado, tendremos 4 condiciones geométricas:

$$(2-1) + (12-11) = (6-5) + (8-7)$$

$$(3-2) + (5-4) = (9-8) + (11-10)$$

$$(3-1) + (6-4) + (9-7) + (12-10) = 360 + E$$

$$\frac{\text{sen } (3-2) \text{ sen } (6-5) \text{ sen } (9-8) \text{ sen } (12-11)}{\text{sen } (2-1) \text{ sen } (5-4) \text{ sen } (8-7) \text{ sen } (11-10)} \equiv 1$$

2 condiciones de lados medidos:

$$\frac{a}{\text{sen } (9-8)} = \frac{c}{\text{sen } (12-10)}$$

$$\frac{b}{\text{sen } (2-1)} = \frac{c}{\text{sen } (12-10)}$$

o en total 6 ecuaciones de condición.

Por la compensación se buscan las correcciones de las direcciones de (1) a (12) y de los lados de a a c, las que satisfarán las 6 condiciones existentes.

La diferencia entre ésta y la compensación simple es que se someten a la compensación también los lados, expresando sus correcciones en decímetros, e introduciendo para ello la unidad de peso 20 km.

*

Esta compensación se aplica a los tres cuadriláteros con dos diagonales que pertenecen a las bases medidas y ampliadas por el método clásico: Juárez, Balcarce y Gral. Alvear.

En el primer cuadrilátero se midieron tres lados de un triángulo; en el segundo cinco lados de dos triángulos y en el último tres lados de un triángulo. (Ver las figuras de 9 a 11).

Presentamos en las planillas 8 y 9 los resultados del cálculo y compensación.

En la planilla 8 tenemos los ángulos

1. medidos directamente
2. calculados de los lados medidos
3. compensados

y las diferencias (2-1), (3-1), (3-2)

De la compensación combinada hemos deducido el error medio de una dirección

$$+ 0, "32$$

En la planilla 9 tenemos los lados:

1. calculados de los ángulos medidos y la base ampliada.
2. medidos directamente
3. compensados

y las diferencias (2-1), (3-1) y (3-2).

El error medio de un lado (de 20 km) medido es:

$$+ 0,30 \text{ dm.}$$

De este resultado deducimos lo siguiente:

- a. Los errores medios obtenidos justifican en forma muy satisfactoria nuestras suposiciones respecto a la precisión de ambas variedades de observaciones.
- b. El error medio de un lado en 20 km es ± 30 mm, lo que habla en favor de la introducción del geodímetro para medir las bases geodésicas.
- c. La existencia de las correcciones (o errores) de los lados medidos hasta ± 40 mm, es decir, considerablemente mayores que los errores de la operación de medición, afirma que existen las influencias meteorológicas. De esto resulta que, para reducir éstas, conviene medir en cada figura más de un lado.

ANGULOS MEDIDOS, CALCULADOS Y COMPENSADOS

Planilla 8

PUNTO	ANGULO			DIFERENCIA		
	Medido	Calculado	Compensado	2-1	3-1	3-2
<u>Base Juárez</u>	1	2	3			
Cpo. La Golondrina	51°38'49,30	49,33	49,05	+0,03	-0,25	-0,28
Cpo. Oromí	50 35 46,31	46,75	46,55	+0,44	+0,24	-0,20
Cpo. Peralta	77 45 25,48	24,74	25,22	-0,74	-0,26	+0,48
Error medio de la dirección medida				±0,29		
<u>Base Gral. Alvear</u>						
Cpo. Ranquel	45°03'34,88	35,34	35,03	+0,46	+0,15	-0,31
Cpo. El Carmen	42 49 15,34	14,33	14,86	-1,01	-0,48	+0,53
Cpo. 7 de setiembre	92 07 11,03	11,19	10,97	+0,16	-0,06	-0,22
Error medio de la dirección medida				±0,33		
<u>Base Balcarce</u>						
El Retiro	51°54'33,76	32,34	33,00	-1,42	-0,76	+0,66
Cpo. El Refugio	48 45 16,19	16,54	16,50	+0,35	0,31	-0,04
Sierra del Volcán	79 20 11,79	12,16	11,54	+0,37	-0,25	-0,62
El Retiro	44°56'23,22	23,04	23,56	-0,18	+0,34	+0,52
Cpo. El Refugio	46 30 18,90	17,86	18,47	-1,04	-0,43	+0,61
Cpo. La Reconquista	88 33 18,77	19,98	18,86	+1,21	+0,09	-1,12
Error medio de la dirección medida				±0,33		

Error medio promediado ±0,32

LADOS CALCULADOS, MEDIDOS Y COMPENSADOS

Planilla 9

Lado de ... a ...	Longitud del lado			Diferencias en mm		
	(*) Calculado	Medido	Compensado	2-1	3-1	3-2
Base Juárez	1	2	3			
Cpo. Oromí-Cpo. Peralta	18.369,409	,486	,473	+ 79	+ 64	- 13
Cpo. La Golondrina-Cpo. Peralta	18.099,758	,863	,856	+103	+ 98	- 7
Cpo. La Golondrina-Cpo. Oromí	22.891,594	,664	,684	+ 70	+ 90	+ 20
Error medio (***) $\pm 18,1$ mm						
Base Gral. Alvear						
Cpo. El Carmen-Cpo. 7 de Setiembre	18.745,433	,463	,428	+ 30	- 5	- 35
Cpo. Ranquel-Cpo. 7 de Setiembre	18.000,378	,273	,316	-105	- 62	+ 43
Cpo. Ranquel-Cpo. El Carmen	26.464,406	,371	,362	- 35	- 44	- 9
Error medio $\pm 40,8$ mm						
Base Balcaroz						
Cpo. El Refugio-Sierra del Volcán	20.927,615	,545	,577	- 70	- 38	+ 32
El Retiro-Sierra del Volcán	19.993,104	,177	,154	+ 73	+ 50	- 23
El Retiro-Cpo. El Refugio	26.131,276	,321	,281	+ 45	+ 5	- 40
Cpo. La Reconquista-Cpo. El Refugio	18.464,017	,045	,050	+ 28	+ 33	+ 5
Cpo. La Reconquista-El Retiro	18.962,609	,549	,575	- 60	- 34	+ 26
Error medio $\pm 30,4$ mm						

(*) Calculado de la base ampliada y los ángulos medidos

(**) de un lado medido de longitud de 20 km.

Error medio promediado de un lado de 20 km $\pm 29,9$ mm 1:670.000

CONCLUSIONES

Comparando al geodímetro con el procedimiento clásico de medición de distancias con patrones flexibles, resulta el primero un método que permite obtener precisiones geodésicas y disminuir los costos de trabajo en forma muy considerable.

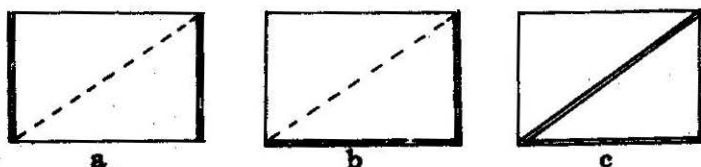
Los tiempos se disminuyen en una magnitud tal, que es posible cambiar la organización del trabajo. (Se pueden medir cuatro bases más por unidad geodésica).

Nuestros trabajos geodimétricos, así como los realizados en otros países, permiten asegurar una precisión muy satisfactoria, resultando de interés que las discrepancias obtenidas - cuando se han remedido bases -, han sido del orden del milímetro, y en algunos casos resultaron nulas.

La inclusión de un lado base en la mitad de cada trozo de cadena, ha permitido disminuir el error longitudinal a la mitad. Esto resultaba imposible con el método clásico, por lo elevado de su costo y el tiempo que demandaba.

Las mediciones geodimétricas se harán en cada cruce de cadena y además en la mitad de cada trozo de ésta.

Para reducir la influencia de las condiciones físicas (en particular la temperatura y sus variaciones), resulta conveniente medir los lados de alguna de las maneras indicadas en la figura 12, a, b, c.



Medición Geodimétrica

Figura 12

La base ampliada (línea punteada), se deduce en estos casos en base a una compensación combinada.

Antes y después de las mediciones en campaña, conviene realizar contrastes en una base "standard", así como el control de la frecuencia.

La medición de la temperatura en la mitad del lado, ha confirmado la influencia de la misma y las correcciones que puede imponerle.

Para un aprovechamiento integral del geodímetro, resulta de interés un estudio previo de la futura zona de trabajo, en particular en lo que a condiciones meteorológicas se refiere. Se pretende de esta manera evitar las épocas en que las brumas o neblinas son más persistentes, por ser estos fenómenos muy perjudiciales para la medición, pudiendo llegar a impedir completamente el pasaje del rayo luminoso.

Al reconocer la zona a medir, se deben eludir los pantanos y lagunas, en especial cuando se trata de lados superiores a los 20 km.

Resulta de interés disponer de instrumental adecuado para el control de la frecuencia en campaña, después de cada medición. De esta manera, en caso de una variación de frecuencia, puede corregirse cada lado. Haciendo el control antes de salir a campaña, y a su regreso, y midiéndose en dicho período varios lados, no se sabrá a cual se debe aplicar la corrección por variación de frecuencia, pues ésta pudo producirse en cualquier momento, habiendo, por lo tanto, lados a los cuales no debe corregirse nada, y otros, en cambio, muy afectados.

La orientación de la base no es aconsejable que sea de O - E, E - O pues de esta manera se hacen dificultosas las observaciones por el reflejo de la luna.

El personal para el manejo de este instrumento debe tener estabilidad y poseer ciertos conocimientos electrónicos para solucionar cualquier inconveniente de funcionamiento en el terreno, evitando de esta manera la paralización de la comisión por tiempo prolongado.

Si bien resulta conveniente efectuar las mediciones geodimétricas de suelo a suelo, nuestro país, con su extensa pampa, impone el empleo de torres que reúnan características especiales que contemplen la estabilidad durante la medición, y la seguridad para la erección del geodímetro.

Por las características de este material, se hace necesario extremar los cuidados en lo que a manejo y conservación se refiere. Se debe controlar en forma permanente la humedad como así también el estado de los espejos, los cuales deben ser aluminizados con cierta frecuencia, pues cualquier mancha produce inconvenientes en la intensidad de la luz.

TRANSPORTE: Exige la construcción de un sistema que permita movilizarlo sin sufrir golpes ni vibraciones, pues de lo contrario lo delicado del instrumento hace que se presenten pequeños desperfectos o descorrecciones, haciéndose difícil su empleo en zonas carentes de caminos o en las que haya que emplear mulas o carros, para su transporte.

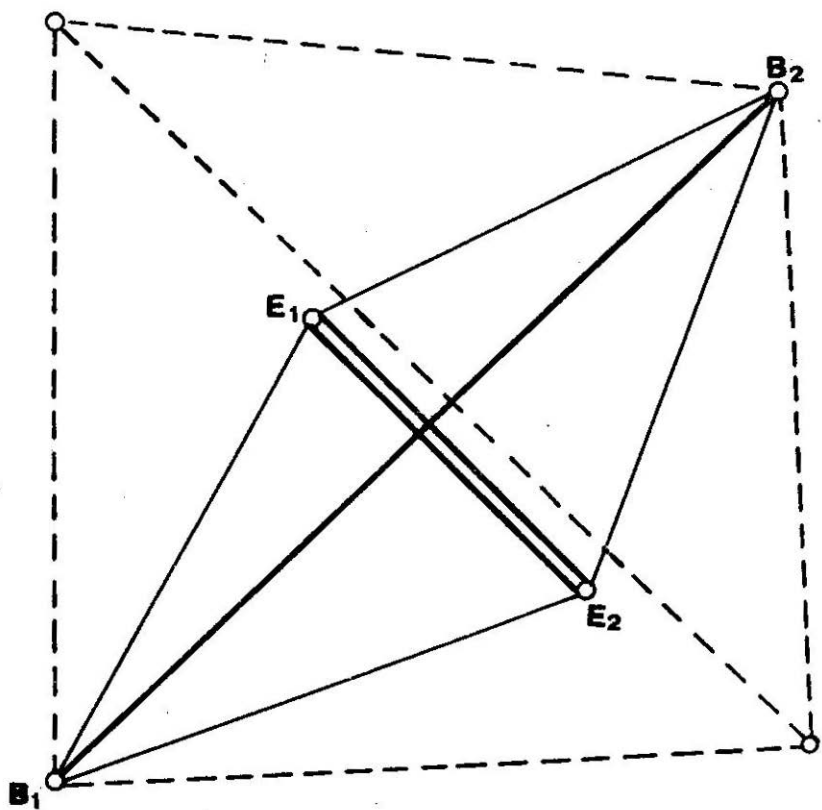


Figura 1

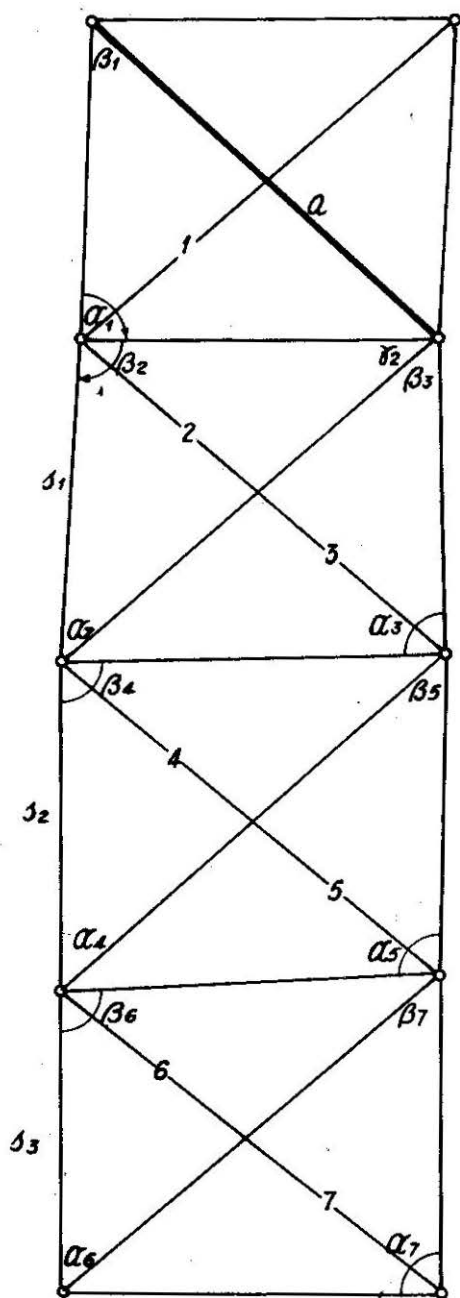


Figura 2

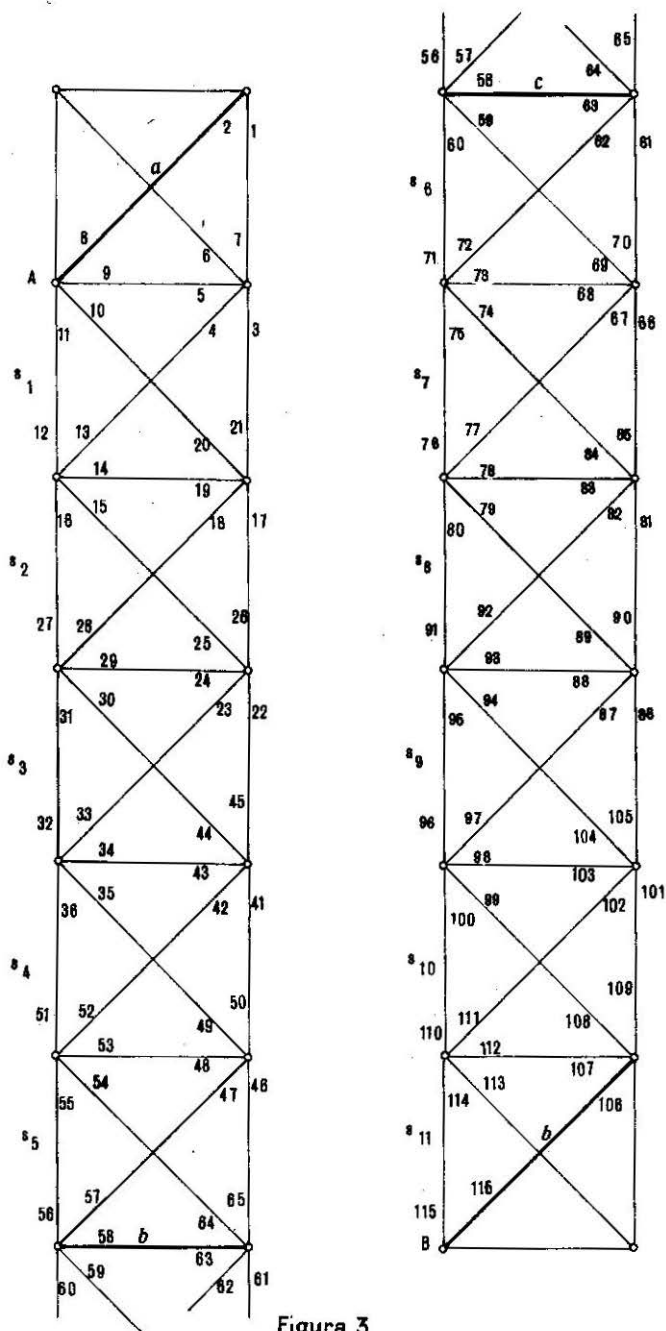


Figura 3

BASE DE MUNICH (1958)

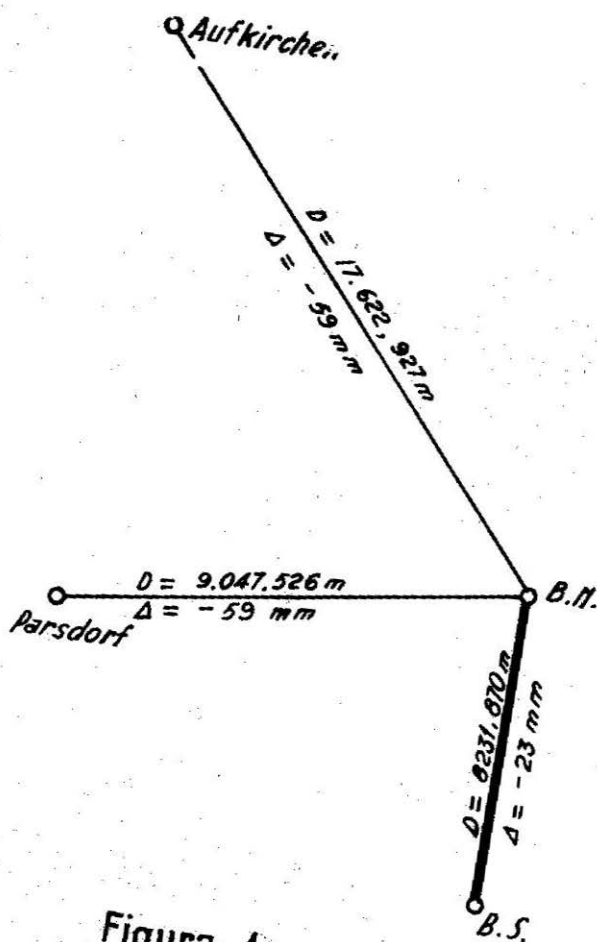


Figura 4

BASE-HEERBRUGG (1959)

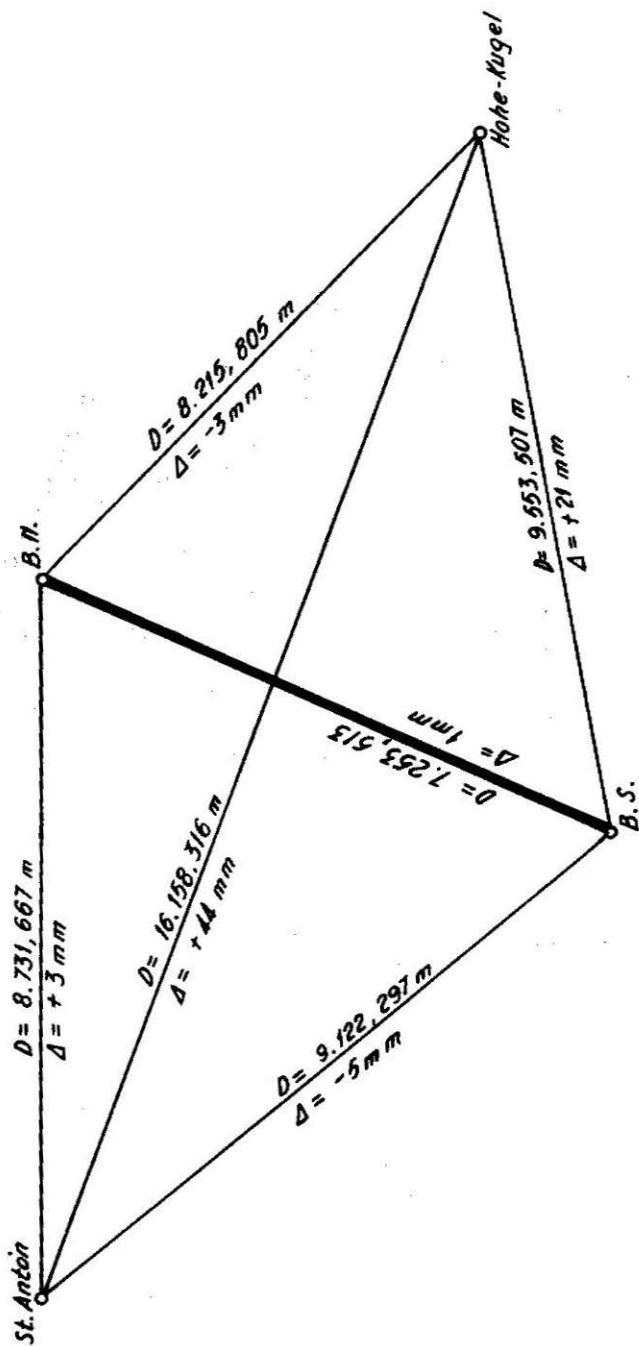


Figura 5

BASE MEPPEN (1960)

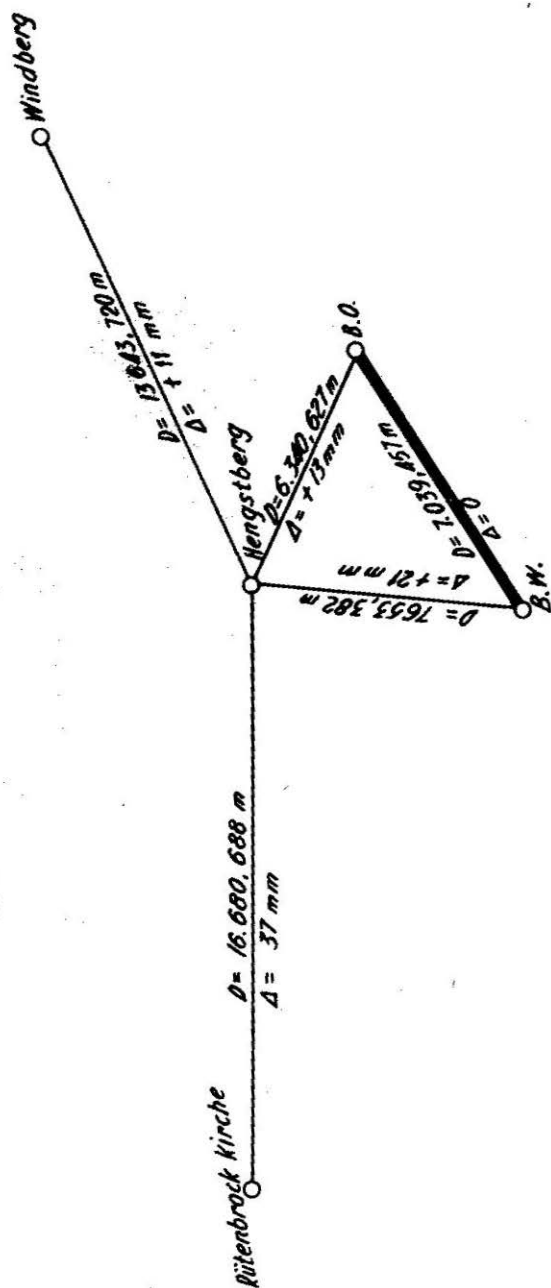


Figura 6

BASE GOTTINGEN (1961)

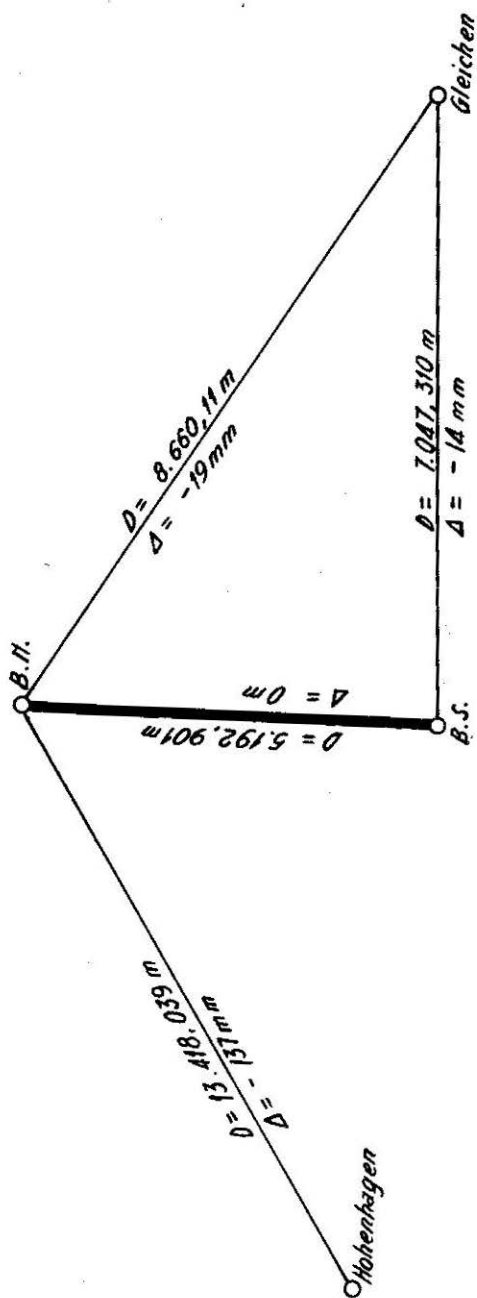


Figura 7

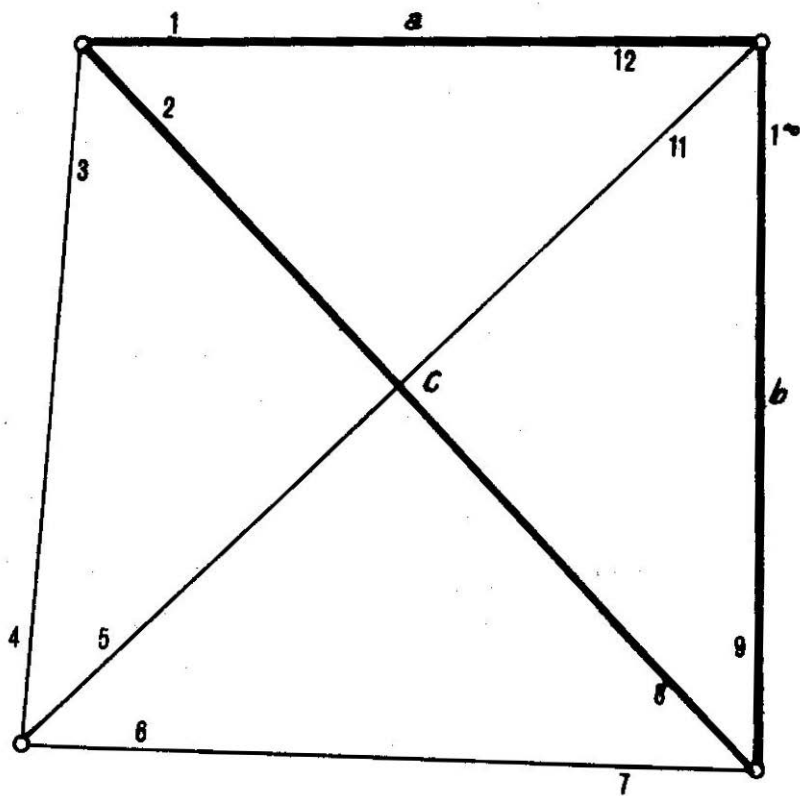
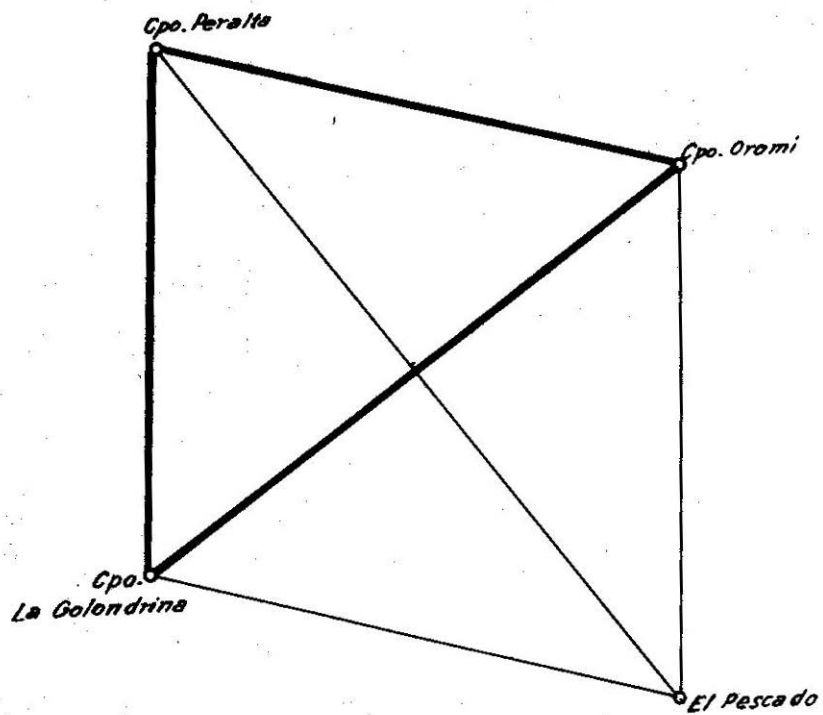
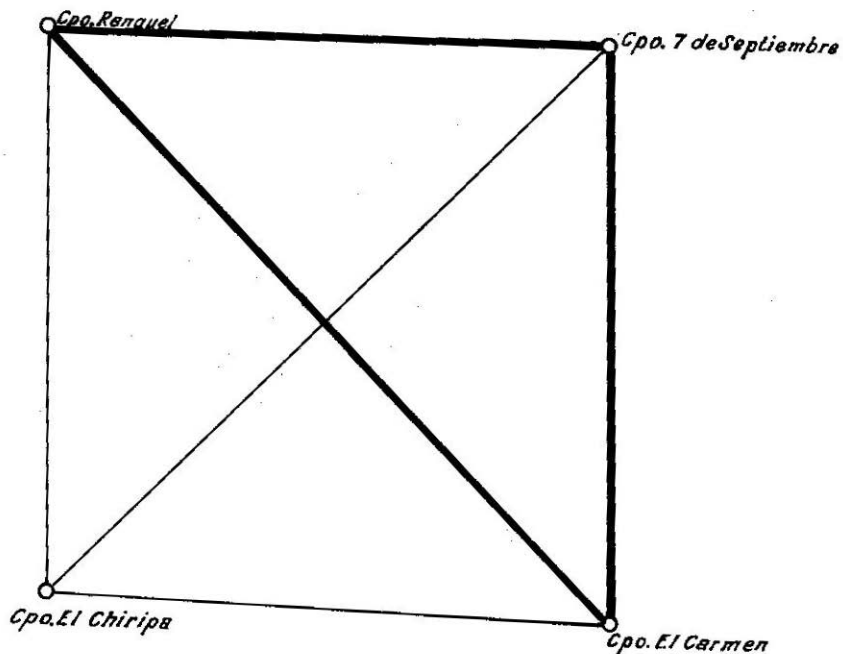


Figura 8



Base Juárez

Figura 9



Base Gral. Alvear

Figura 10

ST-4B

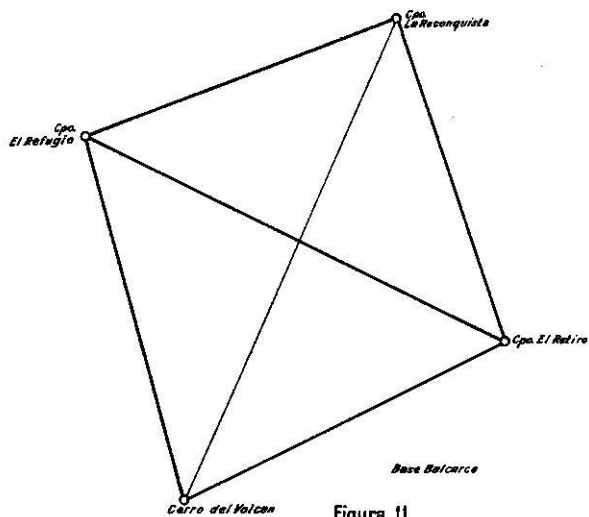


Figura 11

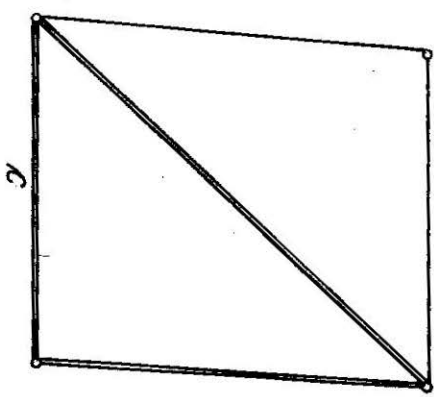
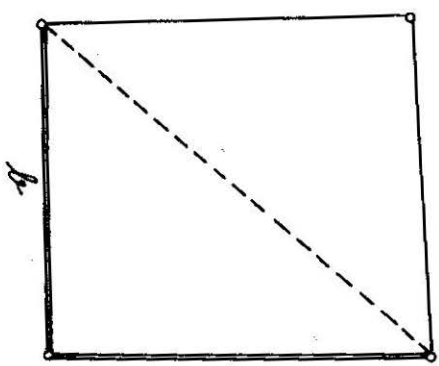
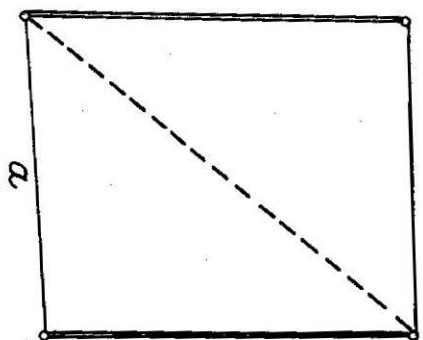


Figure 12

