EJERCITO ARGENTINO

DIRECCION GENERAL

DEL

INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR

PUBLICACION TECNICA Nº 5

PRECISION DEL PRIMER LADO DE UNA TRIANGULACION A TRAVES DE UNA RED DE AMPLIACION ROMBICA SIMPLE Y PRUEBA DE LA ECUACION LATERAL

BUENOS AIRES

1945

Es propiedad del Instituto Geográfico Militar.
Ley 11723.

PROLOGO

La ejecución de los trabajos geodésicos plantea a menudo problemas que dan origen a interesantes estudios, que en la generalidad de las veces no trascienden del limitado grupo de técnicos directamente vinculados a los mismos.

Tal es el caso del estudio a que dió lugar, en el año 1943, la medición de la red de ampliación de la base de Pergamino, en la provincia de Buenos Aires, efectuado por el ingeniero civil *Heliodoro Negri,* actual asesor técnico de la Dirección del Servicio Geográfico, y a quién, a fines del año antes mencionado, se le encomendara la remedición de dicha red.

Creemos útil dar a conocer este trabajo de investigación, ya que a causa de haberse adoptado últimamente para las cadenas fundamentales de triangulación el sistema de cuadriláteros de uso corriente en los Estados Unidos de Norteamérica, la prueba de la ecuación lateral, que constituye el núcleo central del estudio efecuado, ha llegado a ser de uso frecuente en nuestro Instituto.

Buenos Aires, octubre de 1945.

OTTO H. HELBLING
General de Brigada
Director General del Instituto Geográfico Militar.

PRECISION DEL PRIMER LADO DE UNA TRIANGULACION A TRAVES DE UNA RED DE AMPLIACION ROMBICA SIMPLE

Es evidente la importancia que para la precisión del lado ampliado tiene el peso de la medición angular en las redes de ampliación de las bases geodésicas, hecho que el sabio geodesta alemán *Oscar Schreiber* en su notable estudio sobre el ordenamiento de las observaciones angulares en la red de base de Göttingen, publicado en la "Zeitschrift für Vermessungswesen" del año 1882, destaca en los siguientes términos:

"La disposición de la configuración y el plan de observaciones "en la red de base de Göttingen, es el resultado de la exigencia de "dar al lado Ahlsburg-Meissner, deducido de la base, la máxima ,'precisión posible, o, lo que es lo mismo, el mayor peso posible; "empero, como este peso puede ser aumentado por simple aumento de "las observaciones, vale decir, duplicado duplicando las observaciones "de cada ángulo, el peso debe ser referido a un cierto número total de "observaciones, etc.".

Como es sabido el general *Schreiber* planteó allí el problema, de si en una red de ampliación no sería más conveniente emplear el trabajo total de medición, en medir aquellas magnitudes que en mejor forma contribuyen a la determinación de la longitud cuyo conocimiento constituye el objetivo del trabajo, o, en otras palabras, si todos los ángulos de la red debían o no ser medidos con igual peso.

Un minucioso análisis del problema condujo al general *Schreiber* a enunciar su conocido teorema de la *distribución más favorable de los pesos en las redes de ampliación,* que si bien en algunos países, y sobretodo en Alemania, fué ampliamente aplicado, no ha merecido de los geodestas unánime aprobación.

En efecto, la aplicación de este teorema conduce a la medición de ciertos ángulos muy agudos de la red con un peso que a veces resulta considerablemente elevado, sobre todo en países en que obligadamente deben medirse bases de pequeña longitud, procedimiento éste que ha sido objetado por no pocos geodestas. Sin embargo, algu-

nos países, entre ellos Finlandia, si bien no aplican este teorema, aumentan el peso de ciertos ángulos (Veröffentlichungen des Finnischen Geodätischen Institutes Nº 22).

La característica preponderantemente llana de nuestro territorio permite la medición de bases relativamente largas, y en la casi generalidad de los casos puede llegarse al primer lado de la triangulación mediante una red de ampliación rómbica simple, con razones de aumento de 1 : 2 a 1 : 3. Consíguese así que los ángulos paralácticos, vale decir los que se encuentran frente a la base medida, y que de acuerdo al mencionado teorema de *Schreiber* deben ser medidos con tanta más precisión cuanto más agudos son, resultan considerablemente mayores que los de la generalidad de las redes de ampliación europeas, 53° a 37°, respectivamente.

Por otra parte, las mencionadas razones de aumento dan lugar a que las visuales que emergen de los extremos de la base resulten de longitudes más o menos equilibradas, lo que tiene como consecuencia la obtención de una señalación luminosa de intensidad casi uniforme, con evidente ventaja para la precisión de la medición angular.

Por estos motivos nuestro país, salvo dos o tres redes de ampliación medidas hace más de 30 años, en que se aplicó el mencionado teorema de *Schreiber* de la distribución más favorable de los pesos, ha adoptado el procedimiento de la medición de todas las estaciones de las redes de ampliación con peso uniforme; mediciones que se efectúan por el conocido método de los ángulos en todas las combinaciones, o de *Schreiber*.

La precisión de las triangulaciones juzgada a través del error medio de una dirección o de un ángulo, no está en una relación tan simple con el peso observacional como a primera vista parece, según se deduce de las siguientes consideraciones: es muy bien conocido por todos los geodestas la influencia preponderante que tiene sobre la precisión de la medición angular la calidad de las luces; como así también el hecho, confirmado por la experiencia, de que *una determinada precisión puede ser alcanzada en zonas montañosas*, donde las imágenes reunen todas las condiciones requeridas para una bisección segura, *con un número mucho menor de observaciones que en el llano*, donde sólo excepcionalmente reunen óptimas condiciones para la observación. Es pues, en virtud de estas consideraciones que la precisión crítica a que hace referencia *Wright and Hayford* en su tratado "The adjustment of Observations", y a la que también se refiere nuestro malogrado ingeniero D. *Félix Aguilar* en sus "Lecciones de Geodesia", primera parte, página 19, que limita el alcance práctico de la relación $m : \sqrt{n}$ en conexión con el número n de observaciones, es alcanzado mucho más rápidamente en aquellas zonas que

ofrecen mejores condiciones para la medición. Esta precisión crítica que fija en alrededor de $\pm 0'',25$ el error medio de un ángulo, puede ser alcanzada sin dificultad en zonas montañosas mediante observaciones angulares de peso 24 para una dirección, y para ellas, precisamente, un aumento de peso no se traduce en un aumento útil de precisión. En cambio en zonas llanas como las que caracterizan la mayor parte de nuestro territorio, donde el error medio de un ángulo, de acuerdo con nuestra propia experiencia, se encuentra muy por encima del valor crítico indicado, un aumento de peso se traduce, indudablemente, en grandes beneficios para la precisión.

Surge de lo dicho, que para analizar la precisión de las triangulaciones en función de distintos pesos observacionales, no pueden dejar de ser cuidadosamente examinadas las características de las zonas en que aquellas se desarrollan. Esto pone en evidencia lo prudente que resulta para la correcta conducción de las mediciones angulares, el atenerse a los frutos de la propia experiencia, sin dejar de desconocer por ello lo útil que ha sido y seguirá siendo, la juiciosa consideración de las valiosas enseñanzas que con tanta frecuencia ofrecen algunos institutos geodésicos de reconocida fama por la tradición y alta calidad de sus trabajos.

Las consideraciones que anteceden; la circunstancia de que la gran mayoría de nuestras redes de ampliación sean rómbicas simples y el propósito de alcanzar mayor precisión que la lograda hasta hace poco mediante mediciones angulares de peso 24, condujo en el año 1943 a la medición de la red de ampliación de la base de Pergamino, en la provincia de Buenos Aires, con peso 48; con lo que se esperaba lograr una precisión no menor de 1 : 500 000 en el primer lado de la triangulación, o base calculada, si utilizamos la conocida expresión del general *Ferrero*.

Por otra parte, al adoptar este peso túvose en cuenta que si bien la medición angular con peso 48 era cosa digna de ser meditada cuando sólo se disponía de los antiguos aparatos geodésicos con microscopios a hilos, su adopción resulta hoy insinuante a causa de la extraordinaria simplificación del proceso de medición que permiten los modernos teodolitos *Wild* con micrómetro óptico como órgano de lectura, que actualmente son de uso exclusivo en nuestro Instituto.

Sin embargo, la precisión mencionada precedentemente no fué alcanzada en la red de ampliación de la base de Pergamino, a pesar del aspecto de excepcional bondad que ofrecían los errores de cierre de los triángulos, lo que por otra parte era esperable en consideración a las condiciones favorables en que se efectuaron las observaciones.

Como la precisión resultó de sólo 1 : 377 000, que corresponde al orden de precisión que se había alcanzado en redes de ampliación

medidas con peso 24, surgió la sospecha de la posible existencia de errores sistemáticos de medición, que al compensarse casualmente dieron a los errores de cierre de los triángulos el aspecto normal ya mencionado, lo que dió lugar al siguiente estudio que juzgamos de interés de dar a conocer.

Si bien la mencionada precisión de 1 : 377 000 del lado ampliado de la base de Pergamino satisface las necesidades de la geodesia práctica, constituye una aspiración plausible en los modernos trabajos fundamentales con miras científicas, que aquella no descienda de 1 : 500 000; lo que muy bien puede lograrse, como lo atestiguan los siguientes errores relativos de las bases ampliadas en nuestro país por la comisión para la Medición de un Arco de Meridiano, cuyas mediciones angulares fueron efectuadas con peso 48, y en el extranjero por diversos institutos geodésicos.

País	Nombre de la Base	Error medio total relativo del lado ampliado
República Argentina	Monseñor Devoto	1 : 1 000 000
" "	Despeñaderos	1 : 925 000
" "	General Levalle	1 : 1 471 000
" "	La Carlota	1 : 1 143 000
" "	Hucal	1 : 671 000
" "	General Conesa	1 : 671 000
Bulgaria (1)	Sofía	1 : 1 297 000
"	Lom	1 : 1 717 000
"	Roustchouk	1 : 708 000
"	Jambol	1 : 1 090 000
Polonia	Grodno	1 : 593 000
"	Kobryn	1 : 2 100 000
"	Warszawa	1 : 967 000
"	Lomza	1 : 1 130 000
"	Luniniec	1 : 1 000 000
"	Mir	1 : 500 000
"	Braslaw	1 : 915 000
Alemania	Instituto Geodésico de Potsdam, en promedio	1 : 650 000
Checoeslovaquia	En promedio	1 : 500 000
Países Bajos	" "	1 : 667 600
Finlandia	" "	1 : 550 000

(1) Boletín Geodésico Nº 53, año 1937.

Como es sabido, la precisión de la base ampliada surge de una expresión de la forma

$$M = m\sqrt{\frac{1}{P}} \quad . \qquad (1)$$

en la que m es función de la precisión de la medición angular y $\sqrt{\frac{1}{P}}$ de la forma de la red de ampliación, como se deduce de la expresión

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{S}\left[\frac{\lambda^2+1}{2\lambda} + \frac{2}{\lambda}\left(\frac{da}{a}\right)^2\right]^2 \quad . \qquad (2)$$

establecida por *Ivar Yung* en su notable trabajo intitulado "Ueber die Günstigste Gewichtverteilung in Basisnetzen", en la que S significa el peso total de la medición angular de la red de ampliación, λ la razón de aumento, a el largo de la base medida y da el desplamiento lateral de la base calculada b respecto al centro de la base medida.

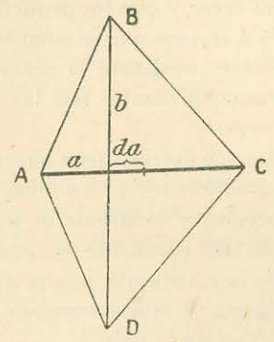

Fig. 1

Constituye, pues, una característica significativa de los trabajos geodésicos de la más alta jerarquía, la perfecta armonía que deben guardar entre sí los factores m y $\sqrt{\frac{1}{P}}$; armonía que en la base de Pergamino no se logró.

Como de la fórmula (2) se deduce que para $da = 0$, $\frac{1}{P}$ toma un valor mínimo, y por lo tanto P uno máximo, resulta que el rombo, en su expresión cabal, constituye la red de ampliación que en mejor forma contribuye a aumentar la precisión de la base ampliada. Es precisamente esta condición tan deseable en una red de ampliación, y que en la base de Pergamino ampliamente se cumple, la que sin duda ha permitido neutralizar en parte la influencia perniciosa del factor m inesperadamente grande, que impidió la obtención de la precisión deseada.

PRUEBA DE LA ECUACION LATERAL

El cálculo de la red de ampliación de la base de Pergamino, ha sugerido la aplicación entre nosotros de un método de investigación ampliamente utilizado en otros países, en virtud de lo cual surge la ecuación lateral de un cuadrilátero como una prueba terminante de la bondad de la medición angular.

La prueba de la ecuación lateral en los cuadriláteros geodésicos ha sido establecida por el instituto geodésico norteamericano, Coast and Geodetic Survey, y aparece en todos sus detalles en el "Manual of Triangulation Computation and Adjustment" by *F. Reynolds*, Special Publication Nº 138; en la que se expresa:

"Frecuentemente se encuentra en las compensaciones de triangula-"ción, que a pesar de que todos los cierres de los triángulos en un deter-"minado cuadrilátero son muy pequeños, la ecuación lateral presenta "una gran discrepancia. Esto indica que una o más de las direcciones de-"ben estar afectadas de un error y que los pequeños cierres de los trián-"gulos pueden ser debidos a errores que se compensan entre sí. Al some-"ter a prueba un cuadrilátero mediante la ecuación lateral, se estable-"ce, en base a la compensación, cuales son las direcciones que deben "ser rechazadas".

"La prueba de la ecuación lateral debe hacerse en la siguiente for-"ma: se suman todos los coeficientes de los términos de dicho ecuación, "sin discriminación de signos, y se divide el término constante de la "ecuación por esta suma. El resultado es, aproximadamente, la co-"rrección media que debe ser aplicada a una dirección para eliminar "la discrepancia en la figura, y esta corrección no debe ser mayor de "0″,40 en los trabajos de primer orden".

Para nuestras redes de ampliación medidas con peso 48, y en las condiciones favorables de observación en que invariablemente éstas deben efectuarse, tomamos como límite 0″,25, en vez de 0,40; valor que se deduce de las ya numerosas mediciones angulares efectuadas con tal peso en nuestro país.

La red de ampliación de la base de Pergamino planteó, pues, un problema que, como se verá, en un todo concuerda con el ejemplo inserto en la mencionada publicación, y en consecuencia lo analizaremos siguiendo, mutatis mutandis, el procedimiento de investigación allí establecido.

En efecto, los cuatro triángulos de la red de ampliación de la base de Pergamino tienen los siguientes errores de cierre: + 0″,05, — 0″,72, — 0″,13 y — 0″,53, que dan un valor medio, sin consideración de signos, de 0″,36, lo que parece indicar que las mediciones angulares son muy precisas; empero, al formar la ecuación lateral resulta un término constante muy grande, en relación a los coeficientes de los distintos términos de la ecuación de condición lateral, y la compensación indica que en Guerrico el ángulo entre Urquiza y Extremo W requieren una corrección de 1″,20 y en Urquiza el ángulo entre Guerrico y Extremo E una de 0″,97. Como el monto de estas correcciones no está en concordancia con la magnitud de los cierres de los triángulos, surge la evidencia de que las observaciones deben estar afectadas de errores que en trabajos fundamentales no pueden ser tolerados, y resulta necesario individualizarlos para proceder a su eliminación.

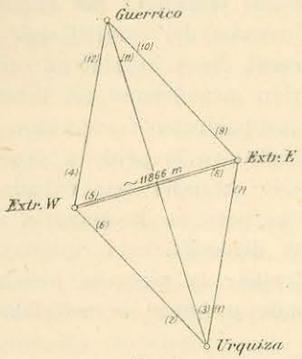

Fig. 2

Para la red de ampliación en cuestión, siguiendo las normas usuales en el cálculo de compensación y tomando como polo el vértice Extremo W, resulta la siguiente ecuación de condición:

$$\frac{\text{sen}\,([1]-[2])\cdot\text{sen}\,([12]-[11])\cdot\text{sen}\,([9]-[8])}{\text{sen}\,([8]-[7])\cdot\text{sen}\,([3]-[2])\cdot\text{sen}\,([12]-[10])}=1\quad,$$

cuya resolución nos da:

Angulos *		Diferencia para 1″ en unidades de la 7a. decimal logarítmica.
52°17′52″,20	log sen [(1) — (2)] = 9,8982865	+ 16,2
26 41 57,40	log sen [(12) — (11)] = 9,6525439	+ 41,9
63 11 12,45	log sen [(9) — (8)] = 9,9505994	+ 10,6
64 59 22,86	log sen [(8) — (7)] = 9,9572392	— 9,9
26 12 39,43	log sen [(3) — (2)] = 9,6451052	— 42,8
52 26 09,73	log sen [(12) — (10)] = 9,8990942	— 16,2
	Σ = — 0,0000088	

Del cálculo anterior se deduce la siguiente ecuación de condición:

$$16{,}2\,v_1 + 26{,}6\,v_2 - 42{,}8\,v_3 + 9{,}9\,v_7 - 20{,}5\,v_8 + 10{,}6\,v_9 + 16{,}2\,v_{10} - 41{,}9\,v_{11} + 25{,}7\,v_{12} - 88 = 0$$

* Véanse las direcciones medidas en la pág. 12.

El término constante de esta ecuación lateral es, pues, 88 unidades de la 7a. decimal logarítmica y la suma de los coeficientes de los terminos restantes, sin discriminación de signos, 210,4. Dividiendo 88 por 210,4 se obtiene 0,42, que es la corrección media que debería aplicarse a las direcciones, a fin de eliminar la discrepancia en la figura, valor que resulta considerablemente mayor que 0,25 establecido como límite.

A pesar de que esta prueba muestra que por lo menos uno de los ángulos está afectado de un error, no indica cuál. Sin embargo, en muchos casos es posible establecer ese ángulo, repitiendo la misma prueba para otro vértice del cuadrilátero como polo. Como en este nuevo cálculo entrarán otros ángulos no utilizados en el primero, si la relación en cuestión está dentro del límite fijado, los ángulos utilizados en él serán probablemente correctos y el error debe estar en alguno de los empleados en la primera prueba.

A veces es necesario extender este cálculo a otros vértices del cuadrilátero como polos; pero en la mayoría de los casos, especialmente cuando sólo una dirección está equivocada, es posible localizar el error ya al efectuar la segunda prueba y *esto puede muy bien hacerse en campaña y tomar inmediatamente las medidas que corresponda.*

En casos especiales la prueba de la ecuación lateral extendida a los cuatro vértices como polos, muestra que un ángulo está equivocado pero no indica cuál. Es este precisamente el caso de la red de ampliación de la base de Pergamino, en que la ecuación lateral extendida a los tres vértices restantes como polos da: 75:277,8 = 0,27 para Guerrico; 107:276,4 = 0,39 para Urquiza, y 94:215,4 = 0,44 para el Extremo E; todos superiores al límite 0,25 establecido para nuestras redes de ampliación.

Confirmada a través del estudio que antecede la existencia de errores de observación en tales mediciones, daremos a conocer la hipótesis que se formuló al abocarse al estudio de este problema.

En efecto, si se analizan las correcciones a los ángulos medidos, que se deducen de la compensación de la red, y que por brevedad no transcribimos, resulta:

1º Que las correcciones son máximas para dos de los ángulos y que éstos son precisamente de los más pequeños de la red, en que intervienen una visual corta y una larga (1″,20 y 0″,97).

2º Que las correcciones de las visuales Guerrico-Urquiza y Urquiza-Guerrico son de igual signo y de monto aproximadamente iguales.

Estos hechos, y la circunstancia de que la precisión de la medición angular sea independiente de la magnitud del ángulo medido, indujeron a pensar que podríamos estar en presencia de un caso de influencia de una *ecuación personal variable de bisección* del operador, quien habría bisectado, tanto en Guerrico como en Urquiza, la luz más alejada persistentemente y con toda regularidad a la izquierda del centro del retículo. Una corrección de 1″ a ambas visuales, Guerrico-Urquiza y Urquiza-Guerrico, daría lugar a que la ecuación lateral quedara ampliamente dentro de límites normales.

La influencia de una ecuación personal variable de bisección en las mediciones angulares, ha sido motivo de un interesante estudio inserto en una publicación del "National Research Council of Canada", intitulada "Variable personal equation of bisection in primary triangulation" by *J. L. Rannie* and *W. M. Dennis*, cuyos párrafos más destacados transcribimos a continuación:

"En algunas ramas de la práctica científica es bien conocido "el hecho de que varios observadores tienen diferente ecuación "personal de bisección. Por ejemplo, un observador suele apuntar "persistentemente a la izquierda del centro, mientras que otro lo "hace con igual persistencia a la derecha. También es muy cono-"cido en la práctica de observatorio el fenómeno de que un mismo "observador tenga diferente ecuación personal de bisección, frente "a estrellas de magnitudes correlativamente distintas".

"En la medición de ángulos en las triangulaciones de primer "orden se considera que la ecuación personal de bisección es prác-"ticamente la misma para todos los objetos bisectados, aceptándose "el ángulo como libre de los efectos de una ecuación personal "variable, o por lo menos, se considera que ningún error residual "de este tipo es mayor que los errores de medición angular de-"bidos a otras causas; no habiendo, por consiguiente, mérito para "eliminarlo".

"Esto probablemente resulta cierto en la mayoría de los ob-"servadores, como lo prueba la experiencia feliz de muchos años "de triangulación, pero en algunos casos existe una ecuación per-"sonal variable y se introducen errores en la medida de los án-"gulos. Ocasionalmente se descubre, sin embargo, que un buen "observador tiene diferente ecuación personal cuando apunta sobre "señales luminosas de diferente tamaño o luminosidad. En tal caso, "las medidas angulares pueden adolecer de errores apreciables y "el operador mismo, o los teodolitos están expuestos a recibir cen-"suras que en realidad no merecen, cuando no se trata de justi-"ficar las discrepancias suponiendo la presencia de una refracción "lateral que no existe".

Como en las redes de ampliación, casi sin excepción, se presentan luces de distinto tamaño e intensidad luminosa, sería deseable que

en lo futuro nuestros operadores sean sometidos a una prueba del grado de variabilidad de su ecuación personal, o en su defecto agregar al ocular del teodolito destinado a este delicado trabajo, el prisma auxiliar que sugiere el instituto canadiense en la mencionada publicación. Como dicho prisma en sus dos posiciones conjugadas ofrece imágenes invertidas, el promedio de dos observaciones hechas en esas condiciones resultará libre de la influencia de la ecuación personal variable de bisección que pudiera existir.

Sin pretender asegurar que las anomalías que presenta la medición de la red de ampliación de la base de Pergamino se deben precisamente a esa causa, podría señalársela como una de las más probables, sobre todo teniendo en cuenta el breve lapso en que se efectuaron las mediciones, después de lluvias y con algunas imágenes con el aspecto de punto luminoso muy brillante.

Como consecuencia del estudio que antecede se dispuso la ejecución de una nueva medición, de acuerdo al siguiente plan:

1º Medición angular con peso 48, considerando como unidad de peso la doble bisección de un punto.

2º Ejecución de las distintas reiteraciones de cada ángulo en las mismas posiciones del círculo que corresponden a mediciones de peso 24.

3º Ejecución en cada posición del círculo de una medición ida y vuelta con el anteojo en posición I, seguida de otra medición ida y vuelta con el anteojo en posición II.

4º Distribución de las observaciones de cada ángulo en tres noches de observación como mínimo.

Para el establecimiento de este plan se tomaron en cuenta las siguientes consideraciones:

a) Que una distribución uniforme de las lecturas sobre el círculo conduce a eliminar, en su mayor parte, la influencia que en la medición angular tienen los errores sistemáticos de carácter periódico de división del círculo, influencia expresable por la conocida serie de *Fourier*

$$F(x) = \sum_{n=0}^{n} (a_n \cos n x + b_n \operatorname{sen} n x) \cdot$$

En el promedio de todas las reiteraciones de cada ángulo queda eliminada la parte de error correspondiente a todos los términos de la serie, menos los de rango $2n$ y sus múltiplos. En el caso particular de una estación de primer orden con tres visuales, como es el caso de la red en cuestión, y peso 24, $2n = 16$. Como se trata de una serie convergente resulta evidente que la influencia de un término de tan alto rango es despreciable y mucho más la que corresponde a los términos de rango múltiplo.

Dedúcese de lo dicho que no habría conveniencia práctica en la distribución de las lecturas sobre un mayor número de posiciones del círculo, aun cuando como en el caso del plan que antecede se haya aumentado el peso de las observaciones, ya que ello conduciría a gastar sin provecho el tiempo de observación.

b) que dada la gran facilidad con que en los teodolitos *Wild* puede pasarse de la posición I a la posición II, resulta conveniente la medición en cada posición del círculo en ambas posiciones del anteojo, ya que así se elimina en mejor forma la influencia de los errores de colimación y de eje secundario.

c) Que la doble bisección de un punto como unidad de peso contribuye a disminuir la influencia de los errores de bisección, que constituyen la fuente de error más temible en la medición angular, sobre todo cuando las luces no reunen condiciones óptimas para la bisección, como es corriente en mediciones que se desarrollan en llanura.

d) Que la distribución de la medición de una estación en tres noches, por lo menos, tiende a evitar que entren en las observaciones, en toda su magnitud, algunos errores de carácter sistemático que acechan las mediciones angulares y cuyo monto varía con el variar de las condiciones climáticas, procedimiento éste que fué establecido en 1924 por la Unión Geodésica del Báltico para sus propias mediciones y adoptado luego por el instituto geodésico finés.

La nueva medición se cumplió en el término de 29 días y confirmó en forma terminante la existencia de las anomalías a priori destacadas.

Si bien la hipótesis formulada no quedó confirmada en la forma prevista, ya que las nuevas mediciones acusaron diferencias anormales en los cuatro vértices de la red, tampoco puede ser del todo descartada, puesto que las observaciones de campo no suministran suficientes elementos de juicio para ello, y sólo investigaciones de gabinete del grado de variabilidad de la ecuación de bisección del operador podría aportar elementos decisivos al respecto.

En ambos extremos de la base, a pesar de ser más equilibradas las longitudes de las visuales que en los dos vértices restantes, las distintas alturas de las torres utilizadas para la señalación luminosa, cierta diferencia en la calidad e intensidad de las luces emitidas por los colimadores y la característica particular de las zonas atra-

vesadas por las visuales, dieron lugar, en ocasión de la segunda medición, a que también en esos vértices se presentaran señales de distinto tamaño e intensidad luminosa, por lo que debió hacerse frecuente uso de pantallas de tul que hasta en número de tres se colocaban frente al objetivo, con lo que se eliminaba el brillo de las luces más intensas y se dejaba nítidamente visible el núcleo central.

A fin de que pueda formarse un juicio cabal de las diferencias encontradas damos a continuación los resultados de ambas mediciones:

	1ª medición	2ª medición	1ª menos 2ª medición
(1) =	25°17′ 52″,20	52°17′ 54″,27	—2″,07
(2)	0	0	
(3)	26 12 39 ,43	26 12 39 ,01	+0 ,42
(4) =	0	0	
(5)	64 22 38 ,05	64 22 36 ,55	+1 ,50
(6)	127 05 22 ,82	127 05 22 ,17	+0 ,65
(7) =	0	0	
(8)	64 59 22 ,86	64 59 20 ,81	+2 ,05
(9)	128 10 35 ,31	128 10 32 ,66	+2 ,65
(10) =	0	0	
(11)	25 44 12 ,33	25 44 12 ,83	—0 ,50
(12)	52 26 09 ,73	52 26 11 ,78	—2 ,05

La nueva medición dió para los errores de cierre de los triángulos los siguientes valores: +0″,34, —0″,18, —0″,24 y +0″,39.

La ecuación lateral establecida para los cuatro vértices del cuadrilátero como polos dió los valores que consignamos a continuación:

Polo	Término constante de la ecuación lateral en unidades de la 7ª decimal.	Suma de los coeficientes de la ecuación lateral sin consideración de signos.
Extremo W	12	210,4
Extremo E	15	215,4
Guerrico	26	277,8
Urquiza	1	277,6

De los números que anteceden se deducen las siguientes relaciones:

Extremo W	12 : 210,4 = 0,06 < 0,25	
Extremo E	15 : 215,4 = 0,07 < 0,25	
Guerrico	26 : 277,8 = 0,09 < 0,25	(3)
Urquiza	1 : 277,6 = 0,00 < 0,25	

El monto del error de cierre medio de un triángulo de 0″,29, indica que las mediciones angulares son muy precisas, mientras que la circunstancia de estar los cuatro valores (3), de la relación entre el término constante y la suma de los coeficientes de los distintos términos de la ecuación lateral, muy por debajo del límite establecido para tales mediciones, prueba que las mismas no están afectadas de anomalías.

Dedújose en consecuencia que las nuevas mediciones se presentaban como inobjetables y que podía esperarse para el primer lado de la triangulación una precisión en armonía con el peso 48 dado a la medición angular, lo que efectivamente confirmó posteriormente el cálculo, pues el error medio del lado ampliado resultó expresado por 2,5 unidades de la séptima decimal logarítmica, lo que corresponde a un

Error medio total relativo de

1 : 1 723 000

lo que prueba la posibilidad de alcanzar una gran precisión en el primer lado de una triangulación, a través de una red de ampliación rómbica simple.

IMPRESO EN LOS TALLERES GRAFICOS
DEL INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR

BUENOS AIRES 14 - XI - 1945

1ª EDICION - 500 EJ.